LK Physik 13
Lösungen zu den Aufgaben

Richard Reindl

Die aktuellste Version der Aufgaben findet man unter

`http://www.stbit.de`

11. Oktober 2014

1 Grundlagen der Astronomie

1.1 Geschichtliches

1.1.1. $R = \frac{b}{\varphi} = \frac{800\,\text{km}}{7{,}2 \cdot \frac{\pi}{180}} \approx 6{,}4 \cdot 10^3\,\text{km}$

Schiffe, kreisförmiger Schatten bei Mondfinsternissen

heute: Blick aus einem Raumschiff

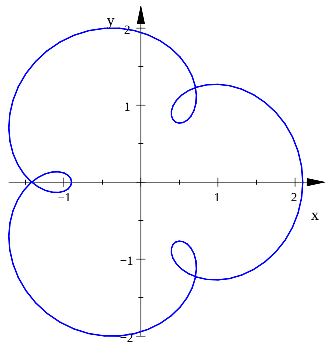
1.1.2. $\frac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}} = \frac{1}{\cos\varphi} = 19{,}1;$ in Wirklichkeit: $\frac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}} = \frac{1{,}496 \cdot 10^8\text{km}}{3{,}844 \cdot 10^5\,\text{km}} = 389$

$$\cos\varphi' = \frac{\overline{\text{EM}}}{\overline{\text{ES}}} = \frac{3{,}844 \cdot 10^5\,\text{km}}{1{,}496 \cdot 10^8\text{km}} = 0{,}00257 \quad \Longrightarrow \quad \varphi' = 89{,}85°$$

Ein kleiner Fehler beim Winkel bewirkt einen sehr großen Fehler im Verhältnis $\frac{\overline{\text{ES}}}{\overline{\text{EM}}}$.

1.1.3. MAPLE-Befehle:

```
w1 := 2*Pi; w2 := 8*Pi; r1 := 1.5; r2 := 0.6;
x := t -> r1*cos(w1*t)+r2*cos(w2*t);
y := t -> r1*sin(w1*t)+r2*sin(w2*t);
plot([x(t),y(t),t=0..1],-2.1..2.1,-2.1..2.1,scaling=constrained);
```



1.2 Das heutige astronomische Weltbild

1.2.1. $a = \frac{1\,\text{AE}}{\tan 1''} = 206264{,}80624548\,\text{AE} \qquad b = \frac{1\,\text{AE}}{\sin 1''} = 206264{,}80624790\,\text{AE}$

$$b - a = 2{,}42 \cdot 10^{-6}\,\text{AE} = 363\,\text{km} \quad \Longrightarrow \quad \delta_{\text{rel}} = \frac{b-a}{b} = 1{,}2 \cdot 10^{-11}$$

1.2.2.

	LJ	Parsec	AE	m	φ
Sirius	8,65	2,65	$5{,}47 \cdot 10^5$	$8{,}18 \cdot 10^{16}$	0,377″
ε-Eridani	10,8	3,30	$6{,}81 \cdot 10^5$	$1{,}02 \cdot 10^{17}$	0,303″
Barnards Stern	5,98	1,83	$3{,}78 \cdot 10^5$	$5{,}66 \cdot 10^{16}$	0,545″
α-Centauri	4,35	1,33	$2{,}75 \cdot 10^5$	$4{,}11 \cdot 10^{16}$	0,750″
Altair	16,5	5,05	$1{,}04 \cdot 10^6$	$1{,}55 \cdot 10^{17}$	0,198″

1.3 Die Erde als Bezugssystem für Beobachtungen

1.3.1. (a) Mit dem Erdradius $R = 6{,}378 \cdot 10^6\,\text{m}$ und $\varphi = 47°27'$ gilt

$$B_{\text{g}} = R \cdot 1° = 111{,}3\,\text{km} \qquad B_{\text{m}} = \frac{B_{\text{g}}}{60} = 1855\,\text{m} \qquad B_{\text{s}} = \frac{B_{\text{m}}}{60} = 30{,}92\,\text{m}$$

$$L_{\text{g}} = B_{\text{g}} \cos\varphi = 75{,}28\,\text{km} \qquad L_{\text{m}} = B_{\text{m}} \cos\varphi = 1255\,\text{m} \qquad L_{\text{s}} = B_{\text{s}} \cos\varphi = 20{,}91\,\text{m}$$

(b) 1 cm der Karte entspricht $\Delta x = 25\,000\,\mathrm{cm} = 250\,\mathrm{m}$.

$$\Delta\varphi_{\mathrm{cm}} = \left(\frac{\Delta x}{B_{\mathrm{s}}}\right)'' = 8{,}085'' \qquad \Delta\lambda_{\mathrm{cm}} = \left(\frac{\Delta x}{L_{\mathrm{s}}}\right)'' = 11{,}96''$$

(c) Δx sei die Entfernung von P zu G in Ost-West- und Δy in Nord-Südrichtung:

$$\varphi_{\mathrm{G}} = 47°30' - 2{,}7\Delta\varphi_{\mathrm{cm}} = 47°29'38'' \qquad \lambda_{\mathrm{G}} = 11° + 30{,}8\Delta\lambda_{\mathrm{cm}} = 11°6'8''$$
$$\varphi_{\mathrm{P}} = 47°24' + 18{,}7\Delta\varphi_{\mathrm{cm}} = 47°26'31'' \qquad \lambda_{\mathrm{P}} = 11°20' - 23{,}2\Delta\lambda_{\mathrm{cm}} = 11°15'23''$$

$$\Delta x_{\mathrm{cm}} = \frac{\lambda_{\mathrm{P}} - \lambda_{\mathrm{G}}}{\Delta\lambda_{\mathrm{cm}}}\mathrm{cm} = 46{,}4\,\mathrm{cm} \qquad \Delta x = 46{,}4 \cdot 250\,\mathrm{m} = 11{,}6\,\mathrm{km}$$
$$\Delta y_{\mathrm{cm}} = \frac{\varphi_{\mathrm{G}} - \varphi_{\mathrm{P}}}{\Delta\varphi_{\mathrm{cm}}}\mathrm{cm} = 23{,}1\,\mathrm{cm} \qquad \Delta y = 23{,}1 \cdot 250\,\mathrm{m} = 5{,}78\,\mathrm{km}$$

$$\overline{\mathrm{GP}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 13{,}0\,\mathrm{km}$$

(d) $\tan\alpha' = \dfrac{\Delta x}{\Delta y} \quad\Longrightarrow\quad \alpha' = 63{,}49°$

$\tan\beta' = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} \quad\Longrightarrow\quad \beta' = 26{,}51°$

$\alpha = 180° - \alpha' - A = 44{,}86°$

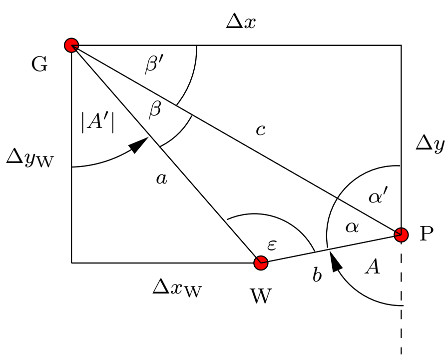
$\beta = 90° - \beta' - |A'| = 20{,}99°$

$\varepsilon = 180° - \alpha - \beta = 114{,}15°$

Sinussatz:

$a = c \cdot \dfrac{\sin\alpha}{\sin\varepsilon} = 10{,}01\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 40{,}04\,\mathrm{cm} = a_{\mathrm{cm}}$

$b = c \cdot \dfrac{\sin\beta}{\sin\varepsilon} = 5{,}086\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 20{,}34\,\mathrm{cm} = b_{\mathrm{cm}}$



$$\Delta x_{\mathrm{W}} = a\sin|A'| = 6{,}766\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 27{,}06\,\mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 27{,}06 \cdot \Delta\lambda_{\mathrm{cm}} = 325'' = 5'25'' = \Delta\lambda_{\mathrm{W}}$$

$$\Delta y_{\mathrm{W}} = a\cos|A'| = 7{,}383\,\mathrm{km} \mathrel{\widehat{=}} 29{,}53\,\mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 27{,}06 \cdot \Delta\lambda_{\mathrm{cm}} = 239'' = 3'59'' = \Delta\varphi_{\mathrm{W}}$$

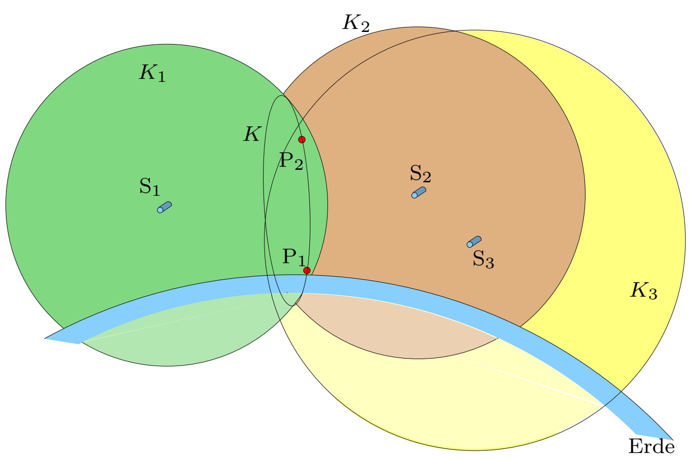
$$\varphi_{\mathrm{W}} = \varphi_{\mathrm{G}} - \Delta\varphi_{\mathrm{W}} = 47°25'39'' \qquad \lambda_{\mathrm{W}} = \lambda_{\mathrm{G}} + \Delta\lambda_{\mathrm{W}} = 11°11'32''$$

$$H_{\mathrm{W}} = 920\,\mathrm{m} + b\tan h = 2298\,\mathrm{m}$$

1.3.2. (a) $T = 43080\,\mathrm{s}$, $\quad \dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{m \cdot 4\pi^2 r^2}{rT^2} = \dfrac{GmM}{r^2} \quad\Longrightarrow\quad r = \sqrt[3]{\dfrac{GMT^2}{4\pi^2}} = 2{,}66 \cdot 10^4\,\mathrm{km}$

$$h = r - R = 2{,}02 \cdot 10^4\,\mathrm{km}$$

(b) Die Kugel um den Satelliten S_i mit Radius r_i ist K_i ($i \in \{1,2,3\}$). Der Kreis K ist die Schnittmenge von K_1 und K_2. Die Schnittpunkte von K und K_3 sind P_1 und P_2. P_1 liegt an der Erdoberfläche, P_2 im Weltall.



(c) Die wahre Ankunftszeit des Signals beim Empfänger ist $t_{\text{Atom}} = t - \delta t$, die Zeit des Signals ⓘ vom Satelliten bis zum Empfänger also $\Delta t_i = c(t_i - \delta t - T_i)$.

$$\begin{aligned}(X_1 - x)^2 + (Y_1 - y)^2 + (Z_1 - z)^2 &= c^2(t_1 - \delta t - T_1)^2\\(X_2 - x)^2 + (Y_2 - y)^2 + (Z_2 - z)^2 &= c^2(t_2 - \delta t - T_2)^2\\(X_3 - x)^2 + (Y_3 - y)^2 + (Z_3 - z)^2 &= c^2(t_3 - \delta t - T_3)^2\\(X_4 - x)^2 + (Y_4 - y)^2 + (Z_4 - z)^2 &= c^2(t_4 - \delta t - T_4)^2\end{aligned}$$

(d) Mit $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 0$ und den angegebenen Werten lautet die Lösung des Gleichungssystems:

$$x = 4234511{,}7\,\text{m}, \quad y = 837860{,}2\,\text{m}, \quad z = 4698819{,}5\,\text{m}, \quad \delta t = 2{,}123456778\,\text{s}$$

(e) Es gilt, das Gleichungssystem

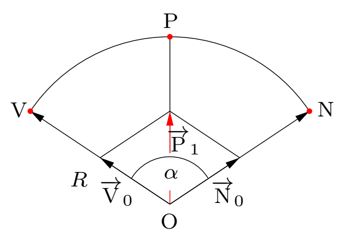
$$\begin{aligned}x &= r\cos\varphi\cos\lambda && (1)\\y &= r\cos\varphi\sin\lambda && (2)\\z &= r\sin\varphi && (3)\end{aligned}$$

nach den Unbekannten φ, λ und r aufzulösen. Die Höhe ist dann $h = r - R_{\text{Erde}}$.

$$\begin{aligned}\frac{(2)}{(1)}:&\quad \tan\lambda = \frac{y}{x} &&\Longrightarrow\quad \lambda = 11{,}1192^\circ\\\frac{(3)}{(2)}:&\quad \tan\varphi = \frac{z\sin\lambda}{y} &&\Longrightarrow\quad \varphi = 47{,}4276^\circ\\(3):&\quad r = \frac{z}{\sin\varphi} = 6\,380\,596\,\text{m} &&\Longrightarrow\quad h = 2296\,\text{m}\end{aligned}$$

Der Epfänger befindet sich auf der oberen Wettersteinspitze.

1.3.3. (a) Der Schnittpunkt des Meridians vom Nordpol über Greewich zum Südpol mit dem Äquator ist der Südpunkt S. Der Ursprung unseres Koordinatensystems ist der Erdmittelpunkt, die x_1-Achse zeigt zu S, die x_3-Achse zum Nordpol. Die Einheitsvektoren, die von M nach N (Nürnberg) bzw. V (Vancouver) zeigen sind



$$\vec{N}_0 = \begin{pmatrix}\cos\varphi\cos\lambda_1\\\cos\varphi\sin\lambda_1\\\sin\varphi\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}63990\\0{,}12554\\0{,}75813\end{pmatrix} \quad\text{und}\quad \vec{V}_0 = \begin{pmatrix}\cos\varphi\cos\lambda_2\\\cos\varphi\sin\lambda_2\\\sin\varphi\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-0{,}35516\\-0{,}54690\\0{,}75813\end{pmatrix}$$

$$\vec{P}_1 = \vec{N}_0 + \vec{V}_0 = \begin{pmatrix}0{,}28474\\-0{,}42135\\1{,}51627\end{pmatrix}, \quad \vec{P}_0 = \frac{\vec{P}_1}{|\vec{P}_1|} = \begin{pmatrix}0{,}17804\\-0{,}26346\\0{,}94810\end{pmatrix}$$

Mit $R = 6380\,\text{km}$ folgt

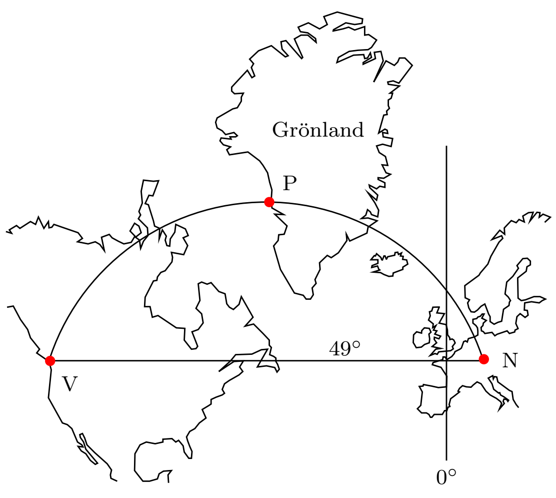
$$\vec{P} = R\vec{P}_0 = \begin{pmatrix}1136\\-1681\\6049\end{pmatrix}\text{km}$$

Für die geografischen Koordinaten φ' und λ' von P gilt

$$\vec{P}_0 = \begin{pmatrix}\cos\varphi'\cos\lambda'\\\cos\varphi'\sin\lambda'\\\sin\varphi'\end{pmatrix}$$

$$\varphi' = \sin^{-1} 0{,}94810 = 71{,}46^\circ$$

$$\lambda' = \sin^{-1}\frac{-0{,}26346}{\cos\varphi'} = -55{,}95^\circ$$

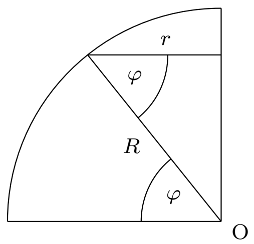


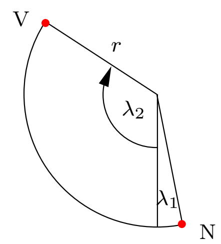
(b) $\cos\alpha = \dfrac{\vec{N}_0 \cdot \vec{V}_0}{1 \cdot 1} = 0{,}278843 \quad \Longrightarrow \quad \alpha = 1{,}2882 = 73{,}81°$

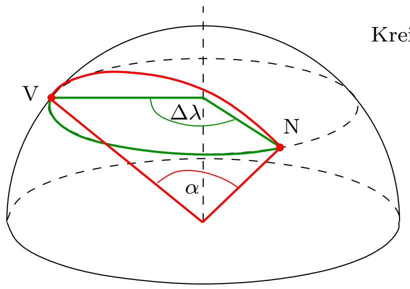
Der kürzeste Weg von N nach V auf der Erdoberfläche hat die Länge $s = R\alpha = 6380\,\mathrm{km} \cdot 1{,}2882 = 8219\,\mathrm{km}$

Der Breitenkreis hat den Radius $r = R\cos\varphi$, die Strecke Nürnberg–Vancouver auf dem Breitenkreis ist

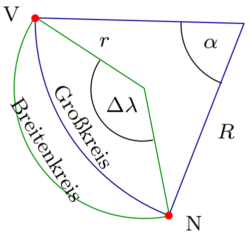
$$b = r(\lambda_1 - \lambda_2) = 9737\,\mathrm{km}$$







Kreisbögen in einer Ebene gezeichnet:



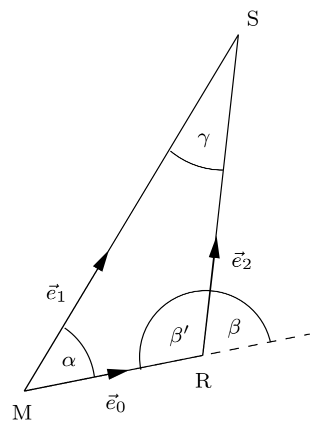
1.3.4. $1° \mathrel{\widehat{=}} 4\,\mathrm{min}, \quad 1' \mathrel{\widehat{=}} 4\,\mathrm{s}, \quad 1'' \mathrel{\widehat{=}} \dfrac{1}{15}\,\mathrm{s}, \quad 15° \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{h}, \quad 0{,}25° \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{min}, \quad \dfrac{15°}{240} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{s}$

	Bogenmaß	Dezimalgrad	$x°y'z''$	Zeitmaß
α	1,345	77,06282°	77° 3′ 46″	$5^{\mathrm{h}}\,8^{\mathrm{min}}\,15^{\mathrm{s}}$
β	0,7215	41,34°	41° 20′ 24″	$2^{\mathrm{h}}\,45^{\mathrm{min}}\,21{,}6^{\mathrm{s}}$
γ	0,43046	$24{,}66\overline{3}°$	24° 39′ 48″	$1^{\mathrm{h}}\,38^{\mathrm{min}}\,39{,}2^{\mathrm{s}}$
δ	1,1767	$67{,}4208\overline{3}°$	67° 25′ 15″	$4^{\mathrm{h}}\,29^{\mathrm{min}}\,41^{\mathrm{s}}$

1.3.5. $R = 6378\,\mathrm{km} \quad , \quad t_{\Upsilon 2} = t_{\Upsilon 1} - (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot \dfrac{1\,\mathrm{h}}{15°} = 3^{\mathrm{h}}\,21^{\mathrm{min}}\,9{,}6^{\mathrm{s}}$

$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 \cos\lambda_1 \\ \cos\varphi_1 \sin\lambda_1 \\ \sin\varphi_1 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} \cos\varphi_2 \cos\lambda_2 \\ \cos\varphi_2 \sin\lambda_2 \\ \sin\varphi_2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e}_0 = \frac{\overrightarrow{\mathrm{MR}}}{|\overrightarrow{\mathrm{MR}}|} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} 0{,}0140505990 \\ 0{,}5618833297 \\ -0{,}8270971551 \end{pmatrix}$$



$$\mu = \arccos\frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_1| \cdot |\vec{r}_2|} = 85{,}89863° \;,\; s = \mu\, R = 9561{,}986\,\mathrm{km} \;,\; s_{\mathrm{g}} = 2\,R\,\sin\frac{\mu}{2} = 8691{,}315\,\mathrm{km}$$

$$t_{10} = t_1 + \lambda_1 = 3^{\mathrm{h}}\,11^{\mathrm{min}}\,57{,}00^{\mathrm{s}} = 47°\,59'\,15{,}00''$$

$$t_{20} = t_2 + \lambda_2 = 3^{\mathrm{h}}\,10^{\mathrm{min}}\,0{,}95^{\mathrm{s}} = 47°\,30'\,14{,}25''$$

$$\vec{e}_1 = \frac{\overrightarrow{\mathrm{MS}}}{|\overrightarrow{\mathrm{MS}}|} = \begin{pmatrix} \cos\delta_1 \cos t_{10} \\ \cos\delta_1 \sin t_{10} \\ \sin\delta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}65441776 \\ 0{,}72648576 \\ 0{,}20965649 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e}_2 = \frac{\overrightarrow{\mathrm{RS}}}{|\overrightarrow{\mathrm{RS}}|} = \begin{pmatrix} \cos\delta_2 \cos t_{20} \\ \cos\delta_2 \sin t_{20} \\ \sin\delta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}65753414 \\ 0{,}71767213 \\ 0{,}22933724 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \arccos(\vec{e}_0 \cdot \vec{e}_1) = 75{,}877910° \quad \beta = \arccos(\vec{e}_0 \cdot \vec{e}_2) = 77{,}126304° \quad \gamma = \beta - \alpha = 1{,}248394°$$

$$\overline{\mathrm{MS}} = s_\mathrm{g} \cdot \frac{\sin(\pi - \beta)}{\sin\gamma} = \underline{\underline{388897\,\mathrm{km}}}$$

1.3.6.

$$\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} \cos\delta_1 \cos\alpha_1 \\ \cos\delta_1 \sin\alpha_1 \\ \sin\delta_1 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} \cos\delta_2 \cos\alpha_2 \\ \cos\delta_2 \sin\alpha_2 \\ \sin\delta_2 \end{pmatrix}$$

$$\mu = \arccos \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_1| \cdot |\vec{r}_2|} = 19°\,19'\,59{,}97''$$

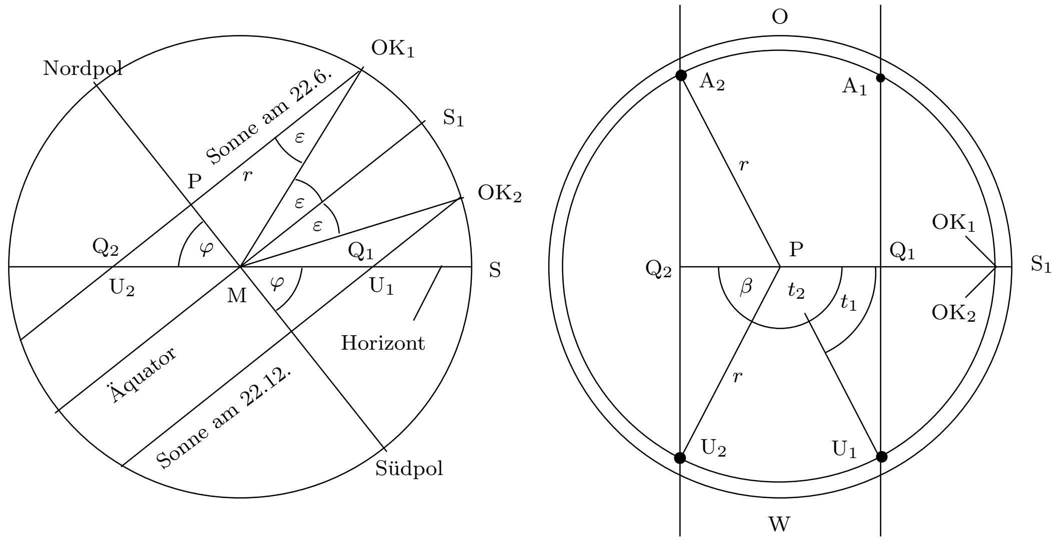
1.3.7. (a) Neigung der Erdachse gegen die Bahnebene: $\varepsilon = 23°\,26'\,21''$

Breite von Garmisch (WG): $\varphi = 47°\,29'\,38''$

Obere Kulmination der Sonne am 22.06.: $h_1 = 90° - \varphi + \varepsilon = 65°\,56'\,43''$

Obere Kulmination der Sonne am 22.12.: $h_2 = 90° - \varphi - \varepsilon = 19°\,4'\,1''$

(b)



Blick von W nach O — Blick vom Nordpol zum Südpol

Ist R der Radius der Himmelskugel, dann hat der Parallelkreis zum Äquator, auf dem sich die Sonne am 22.6. oder 22.12. bewegt, den Radius $r = R\cos\varepsilon$.

$$\overline{\mathrm{PQ}_2} = \overline{\mathrm{MP}}\sin\varphi = R\sin\varepsilon\sin\varphi$$

$$\cos t_1 = \cos\beta = \frac{\overline{\mathrm{PQ}_2}}{r} = \frac{\sin\varepsilon\sin\varphi}{\cos\varepsilon} = \tan\varepsilon\tan\varphi$$

$$\cos t_2 = \cos(180° - t_1) = -\cos t_1 = -\tan\varepsilon\tan\varphi$$

Im festen Äquatorsystem gilt mit $\varphi' = \varphi - 90°$:

$$\overrightarrow{\mathrm{MU}_2} = \begin{pmatrix} \cos\varepsilon\cos t_2 \\ \cos\varepsilon\sin t_2 \\ \sin\varepsilon \end{pmatrix} \quad , \quad \overrightarrow{\mathrm{MS}} = \begin{pmatrix} \cos\varphi'\cos 0 \\ \cos\varphi'\sin 0 \\ \sin\varphi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi' \\ 0 \\ \sin\varphi' \end{pmatrix}$$

Für den Azimut des Untergangspunktes im Horizontsystem gilt:

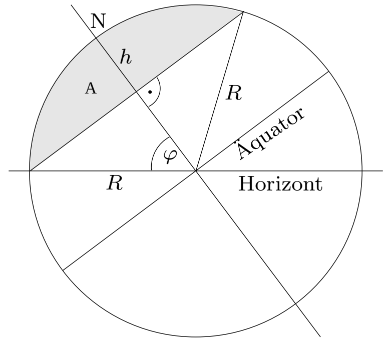
$$\begin{aligned} \cos A_2 = \overrightarrow{\mathrm{MU}_2} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MS}} &= \cos\varepsilon\cos t_2\cos\varphi' + \sin\varepsilon\sin\varphi' = \\ &= \cos\varepsilon\cos t_2\sin\varphi - \sin\varepsilon\cos\varphi = \\ &= -\cos\varepsilon\tan\varepsilon\tan\varphi\sin\varphi - \sin\varepsilon\cos\varphi = -\frac{\sin\varepsilon}{\cos\varphi} \end{aligned}$$

Allgemein gilt für den Azimut A des Sonnenuntergangspunktes im Horizontsystem eines Ortes auf der Nordhalbkugel (Breite φ), wenn δ die Deklination der Sonne ist:

$$\boxed{\cos A = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}}$$

Garmisch, 22.06.: $\delta = \varepsilon$, $A = 126°\,3'\,57''$, 22.12.: $\delta = -\varepsilon$, $A = 53°\,56'\,3''$

1.3.8.



(a) 50 %, 50 %

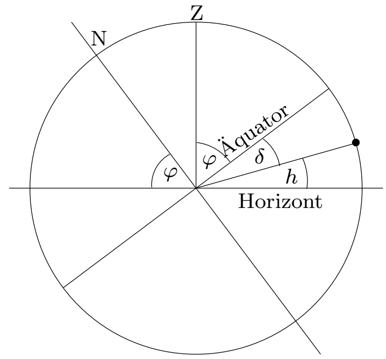
(b) 0 %, 100 %

(c) $A = 2\,R\,\pi\,h = 2\,R\,\pi\,(R - R\cos\varphi)$

$$z = \frac{A}{4\,\pi\,R^2} = \frac{1-\cos\varphi}{2} = 16{,}2\,\%$$

$s = 1 - z = 83{,}8\,\%$

1.3.9.



(a) $\beta = T \cdot \dfrac{360°}{365{,}25\,\mathrm{d}}$

(b) $h_{\max} = 90° - \varphi + \delta = 25°\,51'$

(c) Um Mitternacht steht die Sonne im unteren Kulminationspunkt, ihre Rektaszension ist als um 12 h größer als die von Sirius:

$$\alpha_{\mathrm{S}} = \alpha + 12\,\mathrm{h} = 280{,}7364°$$

$$\beta = \arctan\frac{\tan\alpha_{\mathrm{S}}}{\cos\varepsilon} = 279{,}87°$$

$$T = \beta \cdot \frac{365{,}25\,\mathrm{d}}{360°} = 284\,\mathrm{d}$$

284 d nach dem 21.3. ist der 30.12.

1.4 Instrumente zur Beobachtung

1.4.1. (a) $D_{\mathrm{S}} = \dfrac{b \cdot 1\,\mathrm{AE}}{f} = 1{,}39 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$, $\quad S' = S \cdot \dfrac{d^2}{b^2} = 3{,}43 \cdot 10^4\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$

(b) $V = 100\,\mathrm{dm}^3 = 0{,}1\,\mathrm{m}^3$, $m = 100\,\mathrm{kg}$, $C = 4{,}19 \cdot 10^3\,\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$, $\Delta T = 80\,\mathrm{K}$, $\Delta t = 600\,\mathrm{s}$

Radius der Wasserkugel:

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 0{,}288\,\mathrm{m}$$

Die in den Spiegel einfallende Leistung muss gleich der zur Erwärmung benötigten Leistung sein:

$$\frac{SD^2\pi}{4} = \frac{mC\Delta T}{\Delta t} \quad\Longrightarrow\quad D = \sqrt{\frac{4mC\Delta T}{S\pi\Delta t}} = 7{,}21\,\mathrm{m}$$

$$f = \frac{2Rr}{D_{\mathrm{S}}} = 61{,}9\,\mathrm{m}$$

1.4.2. leer

1.4.3. leer

1.4.4. leer

1.4.5. leer

1.4.6. leer

1.4.7. leer

1.4.8. leer

1.5 Gravitation

1.5.1. leer

1.5.2. leer

1.5.3. leer

1.5.4. leer

1.5.5. leer

1.6 Umlaufbahnen

1.6.1. leer

1.6.2. leer

1.6.3. leer

1.6.4. leer

1.6.5. leer

1.6.6. leer

1.6.7. leer

1.6.8. leer

1.6.9. leer

1.7 Astronomische Zeitrechnung

1.7.1. leer

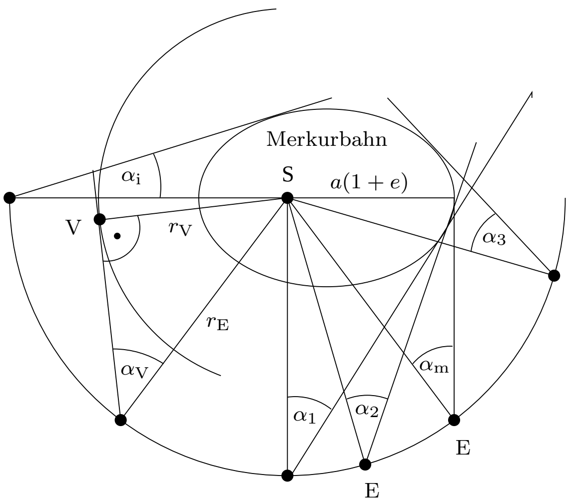
2 Das Sonnensystem

2.1 Aufbau des Sonnensystems

2.1.1. (a) Wegen der geringen Exzentrizität betrachten wir die Umlaufbahnen von Erde und Venus als Kreise mit den Radien $r_\mathrm{E} = 1\,\mathrm{AE}$ und $r_\mathrm{V} = 0{,}7233\,r_\mathrm{E}$. Die maximale Elongation der Venus ist dann

$$\alpha_\mathrm{V} = \arcsin\frac{r_\mathrm{V}}{r_\mathrm{E}} = \arcsin 0{,}7233 = 46{,}3^\circ$$

Die Merkurbahn muss wegen dem relativ großen $e = 0{,}2056$ als Ellipse behandelt werden. Die Tangente von der Erde an die Merkurbahn bildet mit der Geraden Erde-Sonne den Winkel α. Eine genaue Analyse (mit MAPLE z.B.)



zeigt, dass α maximal ist, wenn Sonne–Perihel Merkur–Erde ein rechter Winkel ist. Für diesen Winkel gilt mit $a = 0{,}3871 \cdot r_\mathrm{E}$

$$\alpha_m = \arcsin\frac{a(1+e)}{r_\mathrm{E}} = \arcsin 0{,}4667 = 27{,}8^\circ$$

Das kleinstmögliche α berechnet sich zu $\alpha_\mathrm{i} = 20{,}6^\circ$.

(b)

2.1.2. leer

2.1.3. leer

2.1.4. leer

2.1.5. leer

2.1.6. leer

2.1.7. leer

2.1.8. leer

2.1.9. leer

2.2 Eigenschaften der Planeten

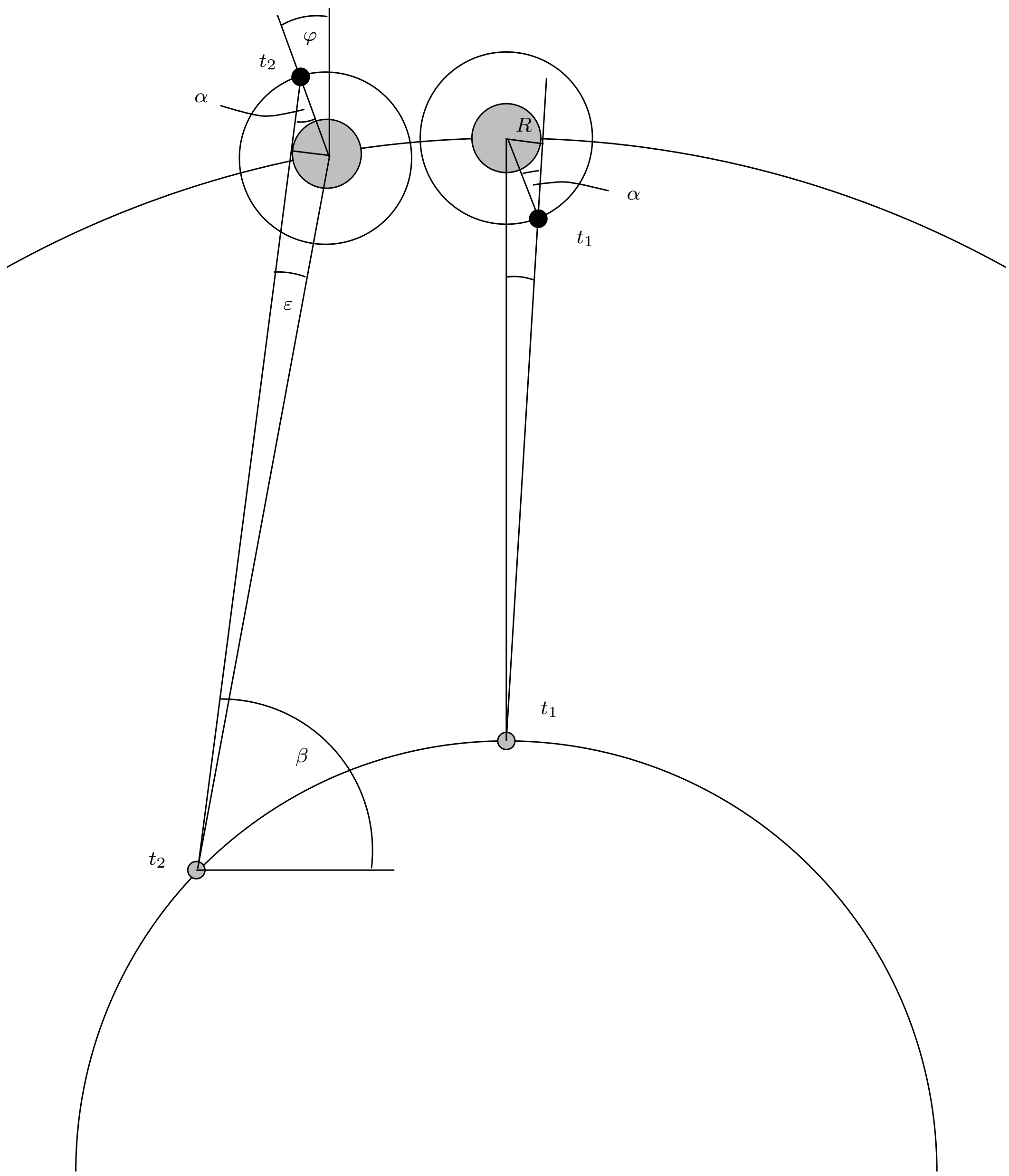
2.2.1. leer

2.2.2. leer

2.2.3. leer

2.2.4. leer

2.2.5. a



2.2.6. leer

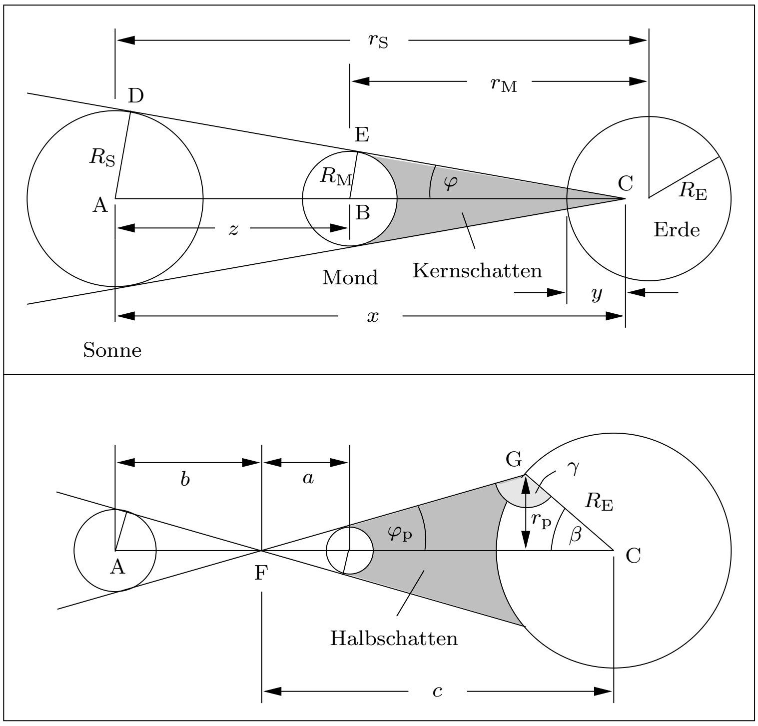
2.3 Der Mond

2.3.1. leer

2.3.2. leer

2.3.3.

$$a_\mathrm{M} = 3{,}844 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$$
$$e_\mathrm{M} = 0{,}0549$$
$$R_\mathrm{M} = 1{,}738 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$$
$$a_\mathrm{S} = 1{,}496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$$
$$e_\mathrm{S} = 0{,}0167$$
$$R_\mathrm{S} = 6{,}96 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$$



(a) $r_\mathrm{M,min} = a_\mathrm{M}(1 - e_\mathrm{M}) = 3{,}633 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$, $r_\mathrm{M,max} = a_\mathrm{M}(1 + e_\mathrm{M}) = 4{,}055 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$

$$\delta_\mathrm{M,min} = 2\,\arctan\frac{R_\mathrm{M}}{r_\mathrm{M,max}} = 0{,}4911^\circ \quad , \quad \delta_\mathrm{M,max} = 2\,\arctan\frac{R_\mathrm{M}}{r_\mathrm{M,min} - R_\mathrm{E}} = 0{,}5580^\circ$$

(b) $r_\mathrm{S,min} = a_\mathrm{S}(1 - e_\mathrm{S}) = 3{,}633 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$, $r_\mathrm{S,max} = a_\mathrm{S}(1 + e_\mathrm{S}) = 4{,}055 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$

$$\delta_\mathrm{S,min} = 2\,\arctan\frac{R_\mathrm{S}}{r_\mathrm{S,max}} = 0{,}5244^\circ \quad , \quad \delta_\mathrm{S,max} = 2\,\arctan\frac{R_\mathrm{S}}{r_\mathrm{S,min} - R_\mathrm{E}} = 0{,}5422^\circ$$

(c) Kleinster Mond, größte Sonne: $\dfrac{\delta^2_\mathrm{M,min}}{\delta^2_\mathrm{S,max}} = 0{,}820 = 82{,}0\,\%$

(d) Aus den Bedingungen der Angabe folgt die Situation in den Abbildungen.

$$z = r_\mathrm{S,min} - r_\mathrm{M,max}, \qquad \frac{x}{x - z} = \frac{R_\mathrm{S}}{R_\mathrm{M}} \implies x = 1{,}521 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$$

$$\varphi = \arcsin\frac{R_\mathrm{S}}{x}, \quad y = x - R_\mathrm{S,max} + R_\mathrm{E}, \quad r = y \cdot \varphi = \underline{\underline{105\,\mathrm{km}}}$$

$$v = \frac{r_\mathrm{S,max} - r_\mathrm{E}}{r_\mathrm{S,max} - r_\mathrm{M,min}} \cdot \sqrt{\gamma\, M_\mathrm{E}\left(\frac{2}{r_\mathrm{M,min}} - \frac{1}{a_\mathrm{M}}\right)} - \frac{2\,\pi}{1\,\mathrm{d}} \cdot R_\mathrm{E} = \underline{\underline{615\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

$$\Delta t_\mathrm{total} = \frac{2\,r}{v} = \underline{\underline{341\,\mathrm{s}}}$$

$$a = 3{,}780 \cdot 10^8\,\mathrm{m},\ b = 1{,}514 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m},\ c = 7{,}412 \cdot 10^8\,\mathrm{m},\ \varphi_\mathrm{p} = 0{,}2635^\circ$$

$$\gamma = \arcsin\frac{c\,\sin\varphi_\mathrm{p}}{R_\mathrm{E}} = 32{,}304^\circ, \quad \beta = 180^\circ - \gamma - \varphi_\mathrm{p} = 147{,}433^\circ$$

Radius des partiellen Sichtbarkeitsbereichs: $r_\mathrm{p} = R_\mathrm{E}\,\sin\beta = \underline{\underline{3433\,\mathrm{km}}}$

2.3.4. leer

2.4 Allerlei Kleinzeug

2.4.1. leer

2.4.2. leer

2.4.3. leer

2.5 Nützliches aus der Theorie der Wärme und der Strahlung

2.5.1. leer

2.5.2. leer

2.5.3. leer

2.5.4. leer

2.5.5.

2.5.6.

2.5.7.

2.5.8.

2.5.9.

3 Sterne

3.1 Gravitationsenergie

3.1.1.

3.1.2.

3.2 Druck und Temperatur in Sternen

3.2.1.

3.2.2.

3.3 Energieerzeugung in Sternen

3.3.1.

3.3.2.

3.3.3.

3.3.4.

3.4 Grobe Beziehungen zwischen M, L, R und T_{eff}

3.4.1.

3.5 Der sichtbare Bereich der Sterne

3.5.1.

3.5.2.

3.5.3.

3.5.4.

3.5.5.

3.5.6.

3.5.7.

3.6 Informationen im Sternenlicht

3.6.1.

3.6.2.

3.7 Entwicklung der Sterne

3.7.1.

3.7.2.

3.7.3.

3.7.4.

3.7.5.

3.7.6.