

1. Berechne die Ableitungen folgender Funktionen:

(a) $f(x) = \sin(x^2)$, (b) $g(x) = \sin^2 x$, (c) $h(x) = x^2 \cos x$,

2. Wir betrachten die Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = \frac{x^2}{4x - 8}$$

(a) Gib die maximale Definitionsmenge D_f und die Nullstellen von f an. Beweise durch eine ausführliche Rechnung, dass f auch in der Form

$$f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{x - 2}$$

dargestellt werden kann.

(b) Untersuche das Verhalten von f an den Rändern von D_f . Wie lauten die Gleichungen der Asymptoten?

(c) Berechne die erste Ableitung f' von f und die Nullstellen von f' .

(d) Zeichne den Grafen von f und die Asymptoten im x -Intervall $[-3; 7]$.

3. Die Ableitungsfunktion der Funktion f mit $f(x) = 2^{-x} \sin x$ können wir noch nicht berechnen. Bestimme trotzdem so genau wie möglich den Wert von $f'(0,6)$.

4. Berechne für die Funktion $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$ das Taylorpolynom dritter Ordnung mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und ermittle damit einen Näherungswert für $\sqrt[3]{1,03}$. Vergleiche mit dem Taschenrechnerergebnis und gib den relativen Fehler der Näherung an.