

1. (a)  $f'(x) = 4x^3 - \frac{4}{x^5} + \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$  (b)  $g'(x) = \sin x - x \cos x$   
 (c)  $h'(x) = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$  (d)  $k'(x) = \frac{5x^4 \cos(x^5)}{2\sqrt{\sin(x^5)}}$   
 (e)  $r'(x) = \frac{5 \sin^4 \sqrt{x} \cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$   
 (f)  $s'(x) = \frac{2x(2x+4) - 2x^2}{(2x+4)^2} = \frac{2x^2 + 8x}{(2x+4)^2} = \frac{x(x+4)}{2(x+2)^2}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = -4$

2. (a)  $f'(x) = \frac{x^2}{900} - \frac{x}{15} = \frac{x(x-60)}{900}, \quad x_{01} = 0, \quad x_{02} = 60$

Bei den Nullstellen von  $f'$  hat der Funktionsgraf waagrechte Tangenten.

(b)  $t$  ist Gerade durch A mit der Steigung  $f'(-9)$ :

$$\begin{aligned} t(x) &= f(-9) + f'(-9) \cdot (x - (-9)) = 37,03 + 0,69(x + 9) = \\ &= 0,69x + 43,24 = \frac{69}{100} \cdot x + \frac{1081}{25} \end{aligned}$$

(c) Steigung von  $n$ :  $m = -\frac{1}{f'(54)} = -\frac{900}{54 \cdot (-6)}$

$$n(x) = f(54) + m \cdot (x - 54) = 1,12 + \frac{25}{9} \cdot (x - 54) = \frac{25}{9} \cdot x - \frac{3722}{25} = \frac{25}{9} \cdot x - 148,88$$

$$t(x) = n(x) \implies \frac{69}{100} \cdot x + \frac{1081}{25} = \frac{25}{9} \cdot x - \frac{3722}{25} \implies \frac{1879}{900} \cdot x = \frac{4803}{25}$$

$$x = x_S = \frac{172908}{1879} \approx 92,02, \quad y_S = t(x_S) = n(x_S) = \frac{5013862}{46975} \approx 106,73$$

(d)  $f'(x_U) = -\tan 36,87^\circ = -0,7500 = \frac{x_U^2}{900} - \frac{x_U}{15} \implies x_U^2 - 60x_U = -675$

$$x_U^2 - 60x_U + 30^2 = 225 \implies x_U = 30 \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} 15 = 45, \quad y_U = f(x_U) = 6,25$$

(e)  $G_{f'}$  ist eine Parabel mit NS bei 0 und 60, d.h. mit Scheitel bei  $x = 30$ . Die kleinste (betragsmäßig größte) Steigung ist also

$$f'(30) = -1 \implies |\varphi_{\max}| = 45^\circ$$

$$f'(x) > 1 \implies x^2 - 60x > 900$$

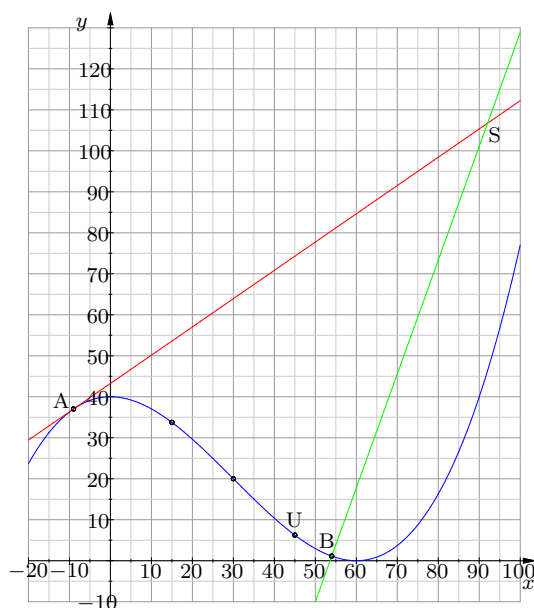
$$(x - 30)^2 > 1800$$

$$|x - 30| > 30\sqrt{2}$$

$$x > 30 + 30\sqrt{2} \approx 72,43$$

oder

$$x < 30 - 30\sqrt{2} \approx -12,43$$



(f)

|        |      |      |      |      |      |      |      |     |     |     |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|------|------|------|
| $x$    | -20  | -10  | 0    | 10   | 20   | 30   | 40   | 50  | 60  | 70  | 80   | 90   | 100  |
| $f(x)$ | 23,7 | 36,3 | 40,0 | 37,0 | 29,6 | 20,0 | 10,4 | 3,0 | 0,0 | 3,7 | 16,3 | 40,0 | 77,0 |