Mathematik – Abitur 2012 – Lösungen

Richard Reindl

Analysis I Teil 1

$\boxed{2}$ 1. (a) $D_f =]-3;\infty[, \qquad f'(x) = \dfrac{1}{x+3}$

$\boxed{3}$ (b) $D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1;1\}, \qquad g'(x) = \dfrac{-6x}{(x^2-1)^2}$

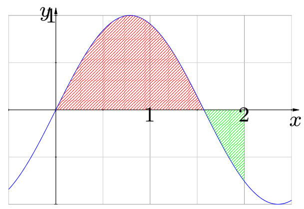
$\boxed{2}$ 2. (a) $f(x) = 5 - x^2$

$\boxed{2}$ (b) $g(x) = |x-5|$

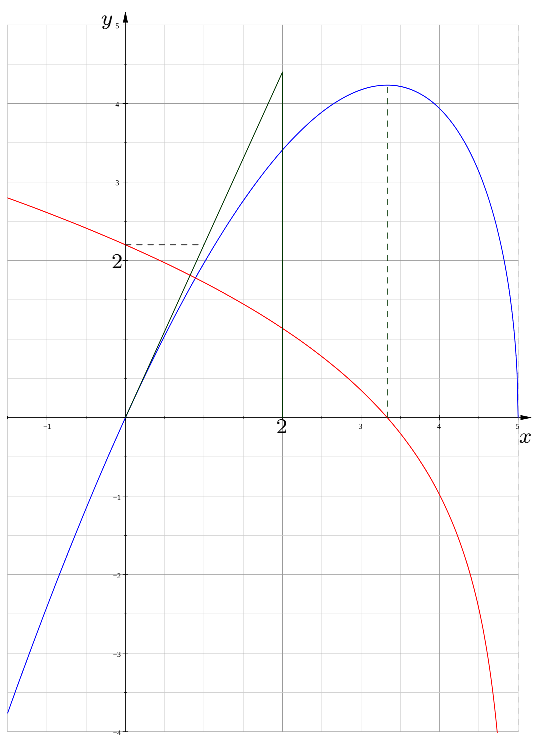
$\boxed{2}$ 3. (a) $0,\ \dfrac{\pi}{2}$

$\boxed{5}$ (b) $\displaystyle\int_0^2 \sin 2x \,\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^2 = \frac{1}{2}(1-\cos 4) \approx 0{,}83$

Weil $f(x) < 0$ für $x \in]\dfrac{\pi}{2}, 2]$



$\boxed{4}$ 4. $f'(0) \approx \dfrac{4{,}4}{2} = 2{,}2$



Analysis I Teil 2

$\boxed{2}$ 1. (a) Wegen $e^x > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ ist auch $f(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, d.h. f hat keine Nullstelle. Als einziger Achsenschnittpunkt bleibt $S(0|f(0)) = S\left(0\,|\,\frac{1}{5}\right)$.

$\boxed{2}$ (b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \left(\frac{0}{9}\right) = 0, \quad \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{1+9e^{-x}} = 2$

$\boxed{3}$ (c) $f'(x) = \dfrac{(e^x+9)\cdot 2e^x - 2e^x \cdot e^x}{(e^x+9)^2} = \dfrac{18e^x}{(e^x+9)^2}$

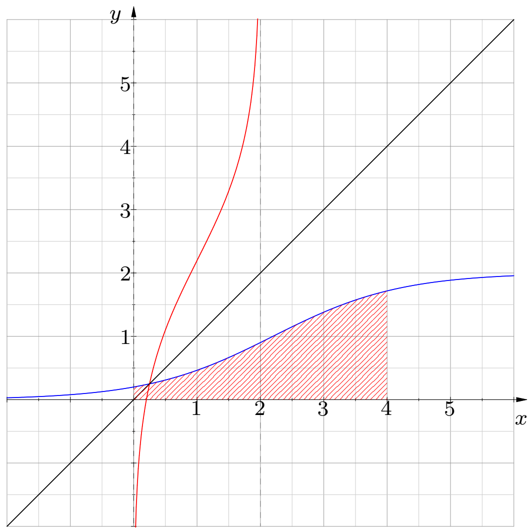
Wegen $e^x > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ ist auch $f'(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, d.h. f streng steigend in $\mathbb{R}$.

$\boxed{2}$ (d) $y = \dfrac{1}{5} + f'(0)\cdot x = \dfrac{1}{5} + \dfrac{18}{100}\cdot x = 0{,}2 + 0{,}18x$

$\boxed{4}$ (e) $\displaystyle\int\limits_0^4 f(x)\,dx = 2\cdot\int\limits_0^4 \frac{(e^x+9)'}{e^x+9}\,dx = \Big[\ln|e^x+9|\Big]_0^4 = \ln\frac{e^4+9}{10} \approx 3{,}7$

$\boxed{6}$ (f) f streng monoton in $\mathbb{R}$ $\implies$

f umkehrbar in $\mathbb{R}$



$\boxed{2}$ 2. (a) $\Delta y = f(2) - f(0) = 0{,}70$, d.h. Wachstum um 70 cm.

$\boxed{5}$ (b) $f(x) = \dfrac{2e^x}{e^x+9} = 1{,}5 \implies 2e^x = 1{,}5e^x + 13{,}5 \implies e^x = 27 \implies$

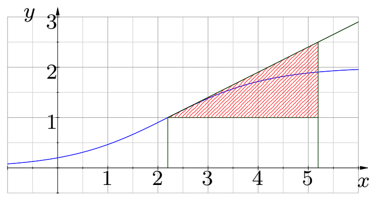
$$x \ln 27 \approx 3{,}3 \qquad \text{nach } 3{,}3 \text{ Monaten}$$

Grafische Ermittlung: Parallele zur x-Achse durch $(0|1{,}5)$, vom Schnittpunkt der Parallelen mit G_f Lot auf die x-Achse.

$\boxed{5}$ (c) $x_M \approx 2{,}2$

Maximale Wachstumsrate:

$$f'(x_M) \approx \frac{1{,}5\,\text{m}}{3\,\text{mon}} = \frac{150\,\text{cm}}{90\,\text{d}} \approx 1{,}7\,\frac{\text{cm}}{\text{d}}$$



$\boxed{4}$ (d) $y = 0{,}2 + 0{,}18x = 0 \implies x = -\dfrac{10}{9} \approx -1{,}1$, es sollte aber $x \approx -0{,}5$ sein.

$\boxed{4}$ (e) Tramonto: $g(x)$. Es muss gelten: $g\left(\frac{x}{2}\right) = f(x)$, insbesondere $g(0) = f(0)$

I: Verschiebung von G_f parallel zur x-Achse, $g_I(0) \neq f(0)$

II: $g_{II}(0) = f(0)$ nur für $k = 1$, dann aber $g_{II}(x) = f(x)$

$\boxed{1}$ (f) Streckung von G_f in x-Richtung um Faktor $\frac{1}{2} \implies k = 2$

Analysis II Teil 1

$\boxed{3}$ 1. Nullstelle: $x_0 = -\dfrac{3}{2}$

$x^2 + 4x + 3 = (x+2)^2 - 1 = 0, \quad x = -2 \pm 1, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -3 \quad \Longrightarrow$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1; -3\}$$

$\boxed{5}$ 2. (a) $g'(x) = \mathrm{e}^{-2x} - 2x\mathrm{e}^{-2x} = (1-2x)\mathrm{e}^{-2x}, \quad g'(x) = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \dfrac{1}{2} \quad \Longrightarrow \quad \left(\dfrac{1}{2}\middle|\dfrac{1}{2\mathrm{e}}\right)$

$\boxed{2}$ (b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = (-\infty \cdot \mathrm{e}^{+\infty}) = -\infty, \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = (+\infty \cdot \mathrm{e}^{-\infty}) = 0$

$\boxed{2}$ 3. (a) Spiegelung an der x-Achse – Verschiebung um $+3$ parallel zur y-Achse.

$\boxed{4}$ (b) $h'(x) = -\dfrac{1}{x}, \quad h(1) = 3, \quad h'(1) = -1, \quad y = 3 - (x-1) = -x + 4$

$\boxed{1}$ 4. (a) Sei G eine Stammfunktion von f und $F : x \to \int\limits_a^x f(t)\,\mathrm{d}t = G(x) - G(a)$ eine beliebige Integralfunktion von f. Dann ist $F(a) = G(a) - G(a) = 0$, d.h. a ist Nullstelle von F.

$\boxed{3}$ (b) Z.B. $f(x) = x$. Dann gilt

$$F(x) = \int\limits_{-1}^{x} t\,\mathrm{d}t = \left[\frac{t^2}{2}\right]_{-1}^{x} = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x^2 - 1)$$

mit den Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$.

Analysis II Teil 2

$\boxed{3}$ 1. (a) $p(x) = 5 - ax^2$ und $p(2) = 5 - 4a = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{5}{4} = 1{,}25$

$\boxed{7}$ (b) $(-x)^4 = x^4$ und $(-x)^2 = x^2 \quad \Longrightarrow \quad q(-x) = (q(x) \quad \Longrightarrow$ symm. zur y-Achse

$q(2) = q(-2) = -0{,}11 \cdot 16 - 0{,}81 \cdot 4 + 5 = -1{,}76 - 3{,}24 + 5 = 0$

$q'(x) = -0{,}44x^3 - 1{,}62x = -x \underbrace{(0{,}44x^2 + 1{,}62)}_{>0}$ hat nur die Nullstelle $x_0 = 0$.

$q''(x) = -1{,}32x^2 - 1{,}62 \quad \Longrightarrow \quad q''(0) = -1{,}62 < 0 \quad \Longrightarrow$ Maximum bei $(0|5)$.

$\boxed{2}$ (c) Der gestrichelte Graf ist G_p, da $p(1) = 3{,}75$ und $q(1) = 4{,}08$.

$\boxed{5}$ (d) $d(x) = -0{,}11x^4 + 0{,}44x^2, \quad d'(x) = -0{,}44x^3 + 0{,}88x = 0{,}44x(2 - x^2)$

Im angegebenen Intervall hat d' die Nullstelle $x_0 = \sqrt{2}$.

$$d(x_0) = -0{,}11 \cdot 4 + 0{,}44 \cdot 2 = 0{,}44$$

$\boxed{4}$ (e) $A = 2 \cdot \int\limits_0^2 q(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot \left[-0{,}022x^5 - 0{,}27x^3 + 5x\right]_0^2 = 2 \cdot 7{,}136 \approx 14{,}3\,[\mathrm{m}^2]$

$\boxed{4}$ (f) $q(x) = 1{,}1$ hat die Lösungen $-x_1$ und x_1 im Intervall $[-2, 2]$.

$$A_1 = \int\limits_{-x_1}^{x_1} q(x)\,\mathrm{d}x, \qquad A_2 = A - A_1$$

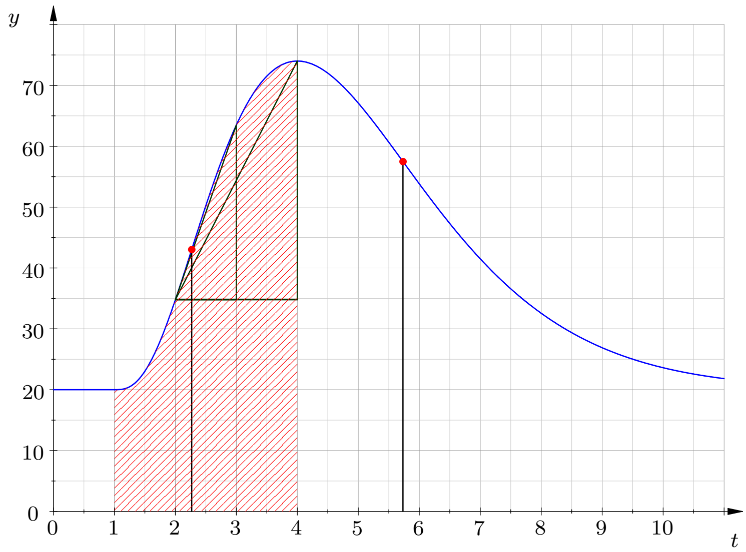
$\boxed{5}$ 2. (a) HP$(4\,|\,74)$

Größter Wasserdurchflusss von $74\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{min}}$ zur Zeit 4 min.

Wendepunkte bei

$t_{21} \approx 2{,}2$, $t_{22} \approx 5{,}7$

Zur Zeit 2,2 min nimmt der Durchfluss am stärksten zu, zur Zeit 5,7 min nimmt er am stärksten ab.



$\boxed{5}$ (b) $\int\limits_1^4 f(t)\,\mathrm{d}t \approx 145$

In der Zeitspanne von $t_1 = 1\,\mathrm{min}$ bis $t_2 = 4\,\mathrm{min}$ fließen $145\,\mathrm{m}^3$ Wasser an der Messstelle vorbei.

$\boxed{5}$ (c) $\frac{f(4) - f(2)}{2} \approx \frac{74 - 34{,}8}{2} = 19{,}6, \qquad \frac{f(3) - f(2)}{1} \approx \frac{63{,}5 - 34{,}8}{1} = 28{,}7$

$\lim\limits_{t \to 2} \frac{f(t) - f(2)}{t - 2} = f'(2)$ gibt die momentane Änderungsrate von f zur Zeit 2 min in der Einheit $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{min}^2}$ an.

Stochastik I

$\boxed{4}$ 1.

Ω	W	$\overline{W}$	
$\leqq 1{,}5$	$0{,}8 \cdot 0{,}75 = 0{,}6$	$0{,}75 \cdot 0{,}25 = 0{,}1875$	$0{,}7875$
$> 1{,}5$	$0{,}15$	$0{,}0625$	$0{,}2125$
	$0{,}75$	$0{,}25$	1

Schlechtere Durchschnittsnote als 1,5:

21,25%

$\boxed{2}$ 2. (a) Der Term wäre richtig, wenn die Bewerber „mit Zurücklegen“ ausgewählt würden. Da aber keine Person mehrmals im Team erscheinen kann, ist der Term falsch.

$\boxed{4}$ (b) $p = \dfrac{\binom{20}{10} \cdot \binom{10}{5}}{\binom{30}{15}} = \dfrac{1001}{3335} \approx 30{,}0\%$

$\boxed{4}$ 3. (a) $p = p(0) \cdot (2) + p(1) \cdot p(1) + p(2) \cdot p(0) = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{13}{36}$

$\boxed{3}$ (b) $P(X=3) = 1 - \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{3} - \dfrac{13}{36} - \dfrac{1}{36} = \dfrac{1}{6}$ oder $P(X=3) = 2 \cdot p(1) \cdot p(2) = 2 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{6}$

$$E(X) = \frac{1}{9} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{13}{36} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot 3 + \frac{1}{36} \cdot 4 = \frac{60}{36} = \frac{5}{3}$$

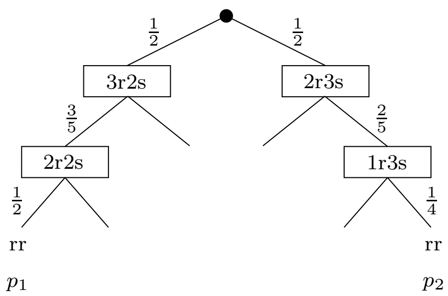
$\boxed{2}$ (c) Y: Zahl der Kandidaten ohne Matheaufgabe:

$$P(Y=1) = \binom{10}{1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^1 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^9 = 38{,}5\%$$

$\boxed{4}$ (d) $P(Y \geqq 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - \left(\dfrac{8}{9}\right)^n > 0{,}9 \quad \Longrightarrow \quad \left(\dfrac{8}{9}\right)^n < 0{,}1$

$$n > \frac{\ln 0{,}1}{\ln \frac{8}{9}} = 19{,}55 \quad \Longrightarrow \quad \text{mindesten } 20$$

$\boxed{4}$ (e) $p(rr) = p_1 + p_2 = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{5} = 20\%$



$\boxed{3}$ (f) $p = \dfrac{p_1}{p_1 + p_2} = \dfrac{\frac{3}{20}}{\frac{1}{5}} = \dfrac{3}{4} = 75\%$

Stochastik II

$\boxed{5}$ 1. (a)

Ω	R	$\overline{R}$	
V	0,072	0,108	0,18
$\overline{V}$	0,048	0,772	0,82
	0,12	0,88	1

$$P_{\overline{R}}(V) = \frac{P(\overline{R} \cap V)}{P(\overline{R})} = \frac{0{,}108}{0{,}88} = 12{,}3\%$$

$\boxed{4}$ (b) $\overline{R} \cup \overline{V} = \overline{R \cap V}$:

„Alle Befragten, die den Roman nicht gelesen oder den Film nicht gesehen haben" bzw.
„Alle Befragten, die nicht beides, den Roman gelesen und den Film gesehen haben."

$$P(\overline{R} \cup \overline{V}) = 1 - P(R \cap V) = 1 - 0{,}072 = 0{,}928 = 92{,}8\%$$

$\boxed{5}$ 2. Ablehnungsbereich für H_0 : $K = \{k, k+1, ...100\}$. Der maximale Fehler, sich fälschlicherweise gegen H_0 zu entscheiden, ist für $p = 0{,}15$ gegeben und muss $\leqq 0{,}1$ sein:

$$1 - F_{0,15}^{100}(k-1) \leqq 0{,}1 \quad \Longrightarrow \quad F_{0,15}^{100}(k-1) \geqq 0{,}9 \quad \Longrightarrow \quad k - 1 = 20$$

H_0 wird abgelehnt, wenn mindestens 21 Jugendliche den Roman nicht gelesen haben.

$\boxed{4}$ 3. (α) $\overline{\mathrm{GZ}}(8,5) = \binom{8}{5} = 56$

(β) $\mathrm{G}\overline{\mathrm{Z}}(8,5) = \dfrac{8!}{(8-5)!} = 6720$

Persönliche Vorlieben für einen Sitznachbarn.

$\boxed{5}$ 4. (a) $P(A) = 0{,}9^{15} = 20{,}6\%$

$P(B) = 0{,}9^4 \cdot \binom{11}{2} \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}9^9 = 14{,}0\%$

$\boxed{2}$ (b) Aus einer Urne mit neun weißen und einer schwarzen Kugel wird 15-mal mit Zurücklegen gezogen.

$\boxed{5}$ (c) X ist binomial nach $B(15; 0{,}1)$ verteilt: $\mu = E(X) = 15 \cdot 0{,}1 = 1{,}5$.

$$\sigma = \sqrt{15 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} = \frac{3\sqrt{15}}{10} \approx 1{,}16$$

$$\mu - \sigma = 0{,}34, \quad \mu + \sigma = 2{,}66$$

$$\begin{aligned} P(X < \mu - \sigma) + P(X > \mu + \sigma) &= P(X = 0) + P(X \geqq 3) = \\ &= P(X = 0) + 1 - P(X \leqq 2) = \\ &= 0{,}9^{15} + 1 - F_{0,1}^{15}(2) = \\ &= 0{,}9^{15} + 1 - 0{,}81594 = 39{,}0\% \end{aligned}$$

Geometrie I

$\boxed{4}$ (a) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \begin{pmatrix}0\\4\\-2\end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{\mathrm{AB}} \times \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \begin{pmatrix}0\\6\\12\end{pmatrix} = 6\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} \implies \vec{n} = \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$

$$\vec{n}\cdot\overrightarrow{\mathrm{A}} = \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\2\\3\end{pmatrix} = 8 \implies E: \quad \vec{n}(\vec{x}-\overrightarrow{\mathrm{A}}) = x_2 + 2x_3 - 8 = 0$$

$\boxed{2}$ (b) $d = \left|\dfrac{\vec{n}(\overrightarrow{\mathrm{R}}-\overrightarrow{\mathrm{A}})}{|\vec{n}|}\right| = \left|\dfrac{-8}{\sqrt{5}}\right| = \dfrac{8\sqrt{5}}{5} \approx 3{,}58$

$\boxed{5}$ (c) GH und GL sind parallel zur x_2x_3-Ebene: L$\,(1|4|2)$, H$\,(2|6|1)$, K$\,(1|6|1)$

$$\overrightarrow{\mathrm{CH}} = \overrightarrow{\mathrm{LK}} = \begin{pmatrix}0\\2\\-1\end{pmatrix} \implies \overline{\mathrm{GH}} = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}, \quad \overrightarrow{\mathrm{KH}} = \overrightarrow{\mathrm{LG}} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \implies \overline{\mathrm{GL}} = 1$$

$$\text{Fläche: } A = 1\,\mathrm{m}\cdot\sqrt{5}\,\mathrm{m} = \sqrt{5}\,\mathrm{m}^2 \approx 2{,}24\,\mathrm{m}^2$$

$\boxed{6}$ (d) $g: \quad \vec{x} = \overrightarrow{\mathrm{G}} + \lambda\vec{v} = \begin{pmatrix}2\\4\\2\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}-2\\-8\\-1\end{pmatrix}, \quad g \cap x_1x_3\text{-Ebene}: 4 - 8\lambda = 0 \implies \lambda = \dfrac{1}{2}$

$$\overrightarrow{\mathrm{S}} = \begin{pmatrix}2\\4\\2\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix}-2\\-8\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\1{,}5\end{pmatrix} \implies \mathrm{S}\,(1|0|1{,}5)$$

Der Winkel zwischen $-\vec{v}$ und $\vec{e}_3$ sei φ:

$$\cos\varphi = \frac{-\vec{v}\cdot\vec{e}_2}{|\vec{v}|\cdot|\vec{e}_2|} = \frac{8}{\sqrt{69}} \approx 0{,}963 \implies \varphi \approx 15{,}6^\circ$$

Mit der Wand schließt GS den Winkel $\alpha = 90^\circ - \varphi = 74{,}4^\circ$ ein.

$\boxed{4}$ (e) $\overrightarrow{\mathrm{M}} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{\mathrm{G}} + \overrightarrow{\mathrm{H}}) = \begin{pmatrix}2\\5\\1{,}5\end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{\mathrm{MH}} = \begin{pmatrix}0\\1\\-0{,}5\end{pmatrix}, \quad \overline{\mathrm{MH}} = \sqrt{1{,}25} \approx 1{,}12 < 1{,}5$

$\boxed{4}$ (f) Breite und Höhe in der Zeichnung: 78 mm und 12 mm, tatsächliche Breite und Höhe: b und 40 cm:

$$\frac{b}{40\,\mathrm{cm}} = \frac{78}{12} = \frac{13}{2} \implies b = \frac{13}{2}\cdot 40\,\mathrm{cm} = 260\,\mathrm{cm}$$

Die Tiefe ist die Differenz der x_2-Koordinaten von Wand und Oberkante:

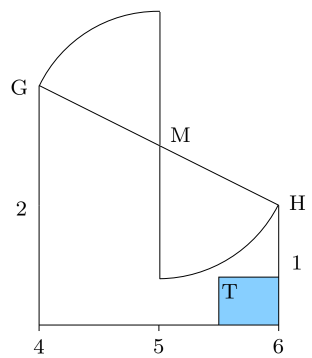
$$t = 6 - 5{,}5 = 0{,}5, \text{ also } 50\,\mathrm{cm}$$

$\boxed{5}$ (g) Sei E' die Ebene durch G und H, die senkrecht auf k steht (Parallelebene zur x_2x_3-Ebene): $E': \ x_1 = 2$.

k schneidet E' in T$\,(2|5{,}5|0{,}4)$.

Der Abstand von M zu k ist

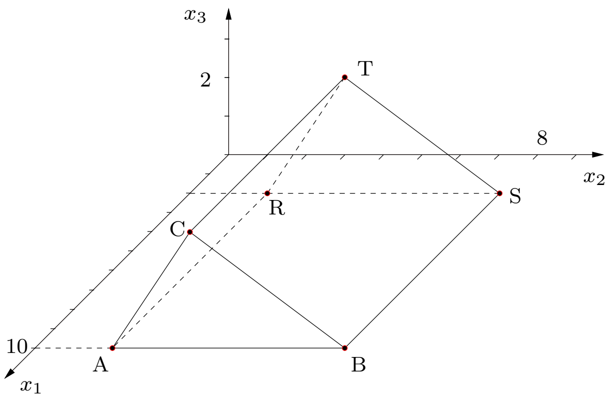
$$d(\mathrm{M},k) = \left|\overrightarrow{\mathrm{MT}}\right| = \left|\begin{pmatrix}0\\0{,}5\\-1{,}1\end{pmatrix}\right| = \sqrt{1{,}46} = 1{,}21 > \overline{\mathrm{MH}}$$



Geometrie II

$\boxed{6}$ 1. (a) Die Grundfläche ist parallel zur x_2x_3-Ebene.

$$V=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 3\cdot 8=72$$

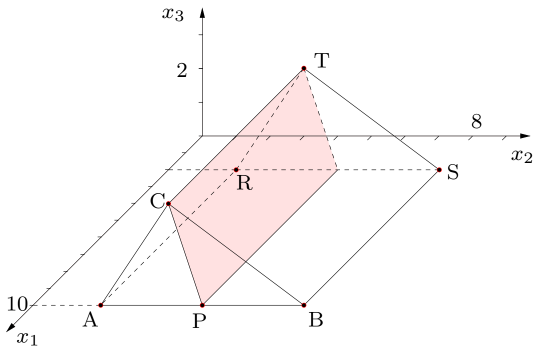


$\boxed{4}$ (b) $\overrightarrow{\mathrm{BS}}=\begin{pmatrix}-8\\0\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\begin{pmatrix}0\\-4\\3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{\mathrm{BS}}\times\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\begin{pmatrix}0\\24\\32\end{pmatrix}=8\begin{pmatrix}0\\3\\4\end{pmatrix}$, $\vec{n}=\begin{pmatrix}0\\3\\4\end{pmatrix}$

$$E:\ \vec{n}(\vec{x}-\overrightarrow{\mathrm{S}})=3x_2+4x_3-24=0$$

$\boxed{3}$ (c) $\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\begin{pmatrix}0\\-2\\-3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{\mathrm{CB}}=\begin{pmatrix}0\\4\\-3\end{pmatrix}$, $\cos\gamma=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{CA}}|\cdot|\overrightarrow{\mathrm{CB}}|}=\dfrac{\sqrt{13}}{65}\quad\Longrightarrow\quad\gamma=86{,}82^\circ$

$\boxed{3}$ (d) P ist z.B. der Mittelpunkt der Strecke [AB], da [CP] die Fläche des Dreiecks ABC halbiert.



$\boxed{3}$ (e) ABCT ist eine Pyramide mit $V_{\mathrm{P}}=\frac{1}{3}V=24$. Der Restkörper hat also das Volumen $\frac{2}{3}V=2V_{\mathrm{P}}$.

$\boxed{6}$ (f) $r=\left|\dfrac{\vec{n}(\overrightarrow{\mathrm{M}}-\overrightarrow{\mathrm{S}})}{|\vec{n}|}\right|=\left|\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix}0\\3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\-1{,}5\\3\end{pmatrix}\right|=1{,}5$

$$\overrightarrow{\mathrm{W}}=\overrightarrow{\mathrm{M}}-\frac{r}{|\vec{n}|}\cdot\vec{n}=\begin{pmatrix}5\\6{,}5\\3\end{pmatrix}-0{,}3\begin{pmatrix}0\\3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\5{,}6\\1{,}8\end{pmatrix}\quad\Longrightarrow\quad\mathrm{W}\,(5|5{,}6|1{,}8)$$

$\boxed{5}$ (g) $g:\ \vec{x}=\overrightarrow{\mathrm{M}}+\lambda\overrightarrow{\mathrm{CB}}=\begin{pmatrix}5\\6{,}5\\3\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}0\\4\\-3\end{pmatrix}$

Die Kugel berührt die x_1x_2-Ebene, wenn $x_3=r$:

$$x_3=3\lambda=1{,}5\quad\Longrightarrow\quad\lambda=\frac{1}{2}\quad\Longrightarrow\quad s=\left|\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{CB}}\right|=2{,}5$$