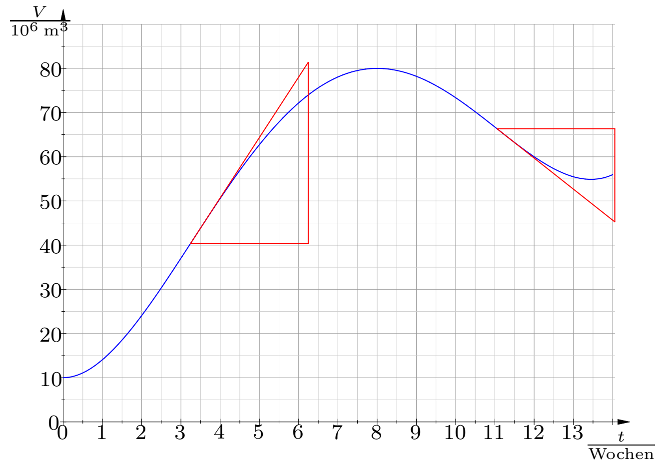
Q11 – 1. Kurzarbeit aus der Mathematik – 25.10.2013

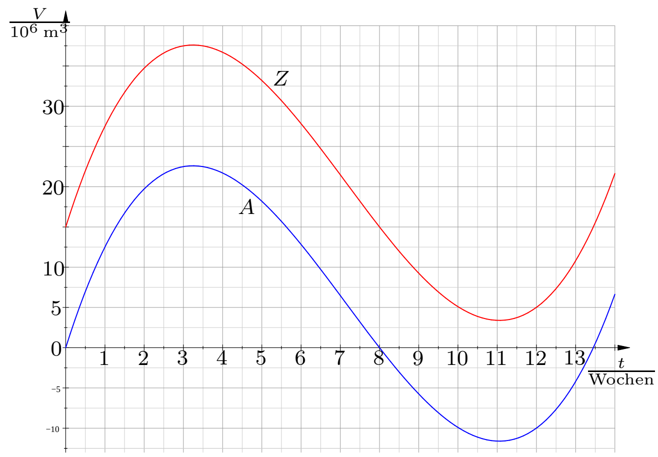
1. (a) A_{max} und A_{min} ermitteln wir über Steigungsdreiecke: Steilste Stelle bei $t_1 \approx 3{,}2\,$Wochen:



$$A_{\text{max}} \approx \frac{41 \cdot 10^6\,\text{m}^3}{3\,\text{Wochen}} = 13{,}7 \cdot 10^6\,\frac{\text{m}^3}{\text{Wochen}} = 13{,}7 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{m}^3}{604800\,\text{s}} = 22{,}6\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

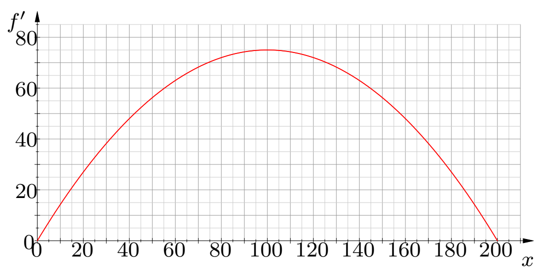
(b) $Z(t) = A(t) + 15\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

t Wochen	A in $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Z in $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
0	0	15
3,2	22,6	37,6
8	0	15
11,1	-11,6	3,4



2. (a) $f'(x) = \dfrac{600x - 3x^2}{40000} = \dfrac{3x(200-x)}{40000}$

Nullstellen bei $x_{01} = 0$, $x_{02} = 200$



(b) Da der Graf von f' eine nach unten geöffnete Parabel ist, liegt ihr Scheitel bei

$$x_s = \frac{x_{01} + x_{02}}{2} = 100$$

Die maximale Steigung von f ist:

$$f'(x_s) = \frac{300 \cdot 100}{40000} = 0{,}75 = \tan\varphi_{\text{max}} \quad \Longrightarrow \quad \varphi_{\text{max}} = 36{,}9^\circ$$

(c) $f'(x_1) = 0{,}6 \quad \Longrightarrow \quad 200x - x^2 = \dfrac{0{,}6 \cdot 40000}{3} = 8000$

$$x = 100 \pm \sqrt{2000} = \begin{cases} 55{,}3 \\ 144{,}7 \end{cases}, \quad x_1 = 55{,}3, \quad y_1 = f(x_1) = 18{,}7$$