R. Reindl

Aufgabe 1

Die Spannung U_L am Widerstand R_L ist in beiden Schaltungen gleich. Mit

$$R' = \frac{2R(R+R_\mathrm{L})}{3R+R_\mathrm{L}} \tag{1.1}$$

und

$$R'' = \frac{RR_\mathrm{L}}{R+R_\mathrm{L}} \tag{1.2}$$

folgt (obere Schaltung)

$$U' = \frac{R'}{R+R'}U = \frac{2(R+R_\mathrm{L})}{5R+3R_\mathrm{L}}U \tag{1.3}$$

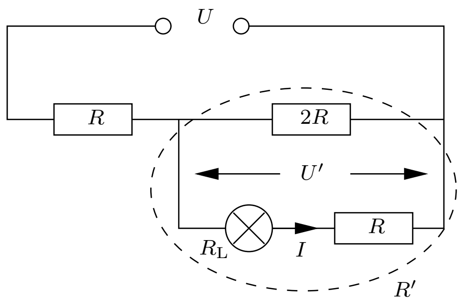
und damit

$$U_\mathrm{L} = \frac{R_\mathrm{L}}{R+R_\mathrm{L}}U' = \frac{2R_\mathrm{L}}{5R+3R_\mathrm{L}}U \tag{1.4}$$

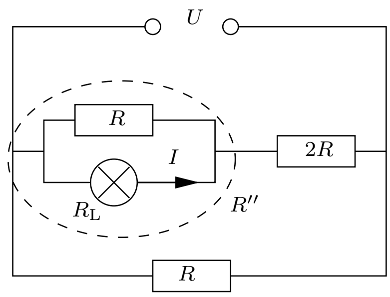
Aus der unteren Schaltung ergibt sich

$$U_\mathrm{L} = \frac{R''}{R''+2R}U = \frac{R_\mathrm{L}}{2R+3R_\mathrm{L}}U \tag{1.5}$$

Schalter offen:



Schalter geschlossen:



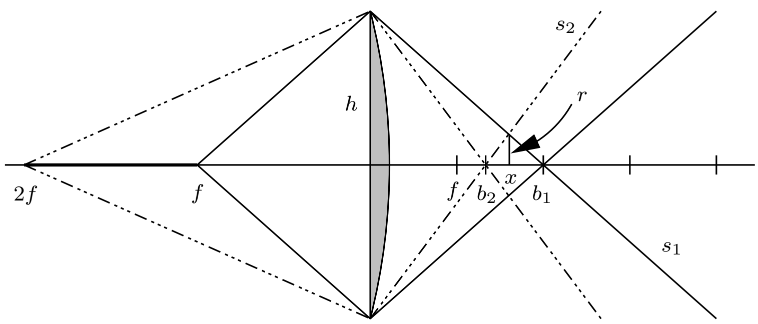
Aus (1.4) und (1.5) folgt

$$\frac{2}{5R+3R_\mathrm{L}} = \frac{1}{2R+3R_\mathrm{L}} \quad\Longrightarrow\quad R_\mathrm{L} = \frac{R}{3} = 30\,\Omega \tag{1.6}$$

Aus (1.5) folgt dann

$$U_\mathrm{L} = \frac{\frac{R}{3}}{2R+R}U = \frac{U}{9} = 6\,\mathrm{V} \tag{1.7}$$

Aufgabe 2



Ist a die Gegenstandsweite und b die Bildweite, dann gilt

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \quad\Longrightarrow\quad b = \frac{af}{a-f} \tag{2.1}$$

$$a_1 = 2f \quad \Longrightarrow \quad b_1 = 2f \tag{2.2}$$

$$a_2 = 4f \quad \Longrightarrow \quad b_2 = \frac{4f}{3} \tag{2.3}$$

Der Fleck hat den minimalen Durchmesser beim Schnitpunkt von s_1 und s_2:

$$s_1(x) = s_2(x) \quad \Longrightarrow \quad h - \frac{h}{b_1}x = -h + \frac{h}{b_2}x \tag{2.4}$$

$$x = \frac{2b_1 b_2}{b_1 + b_2} \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned} r = s_1(x) &= h - \frac{h}{b_1} \cdot \frac{2b_1 b_2}{b_1 + b_2} = h \cdot \left(1 - \frac{2b_2}{b_1 + b_2}\right) = h \cdot \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} \\ &= h \cdot \frac{2f - \frac{4f}{3}}{2f - \frac{4f}{3}} = \frac{h}{5} \end{aligned} \tag{2.6}$$

Mit $h = 5\,\mathrm{mm}$ folgt für den minimalen Durchmesser des Lichtflecks

$$d = 2r = \frac{2h}{5} = 2\,\mathrm{mm} \tag{2.7}$$

Aufgabe 3

Der Wärmefluss $P = \dot{Q}$ ist proportional zur Temperaturdifferenz ΔT, zur Querschnittsfläche A und umgekehrt proportional zur Länge l. Die Proportionalitätskonstante ist der Kehrwert des spezifischen Wärmewiderstandes (spez. Wärmeleitfähigkeit):

$$P = \dot{Q} = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\Delta T \cdot A}{l} \tag{3.1}$$

(a)

$$\Delta T = \frac{\varrho P l}{A} = \frac{2{,}6\mathrm{mm\,K} \cdot 90\,\mathrm{W} \cdot 5\,\mathrm{mm}}{\mathrm{W} \cdot 100\,\mathrm{mm}^2} = 11{,}7\,\mathrm{K} \tag{3.2}$$

(b)

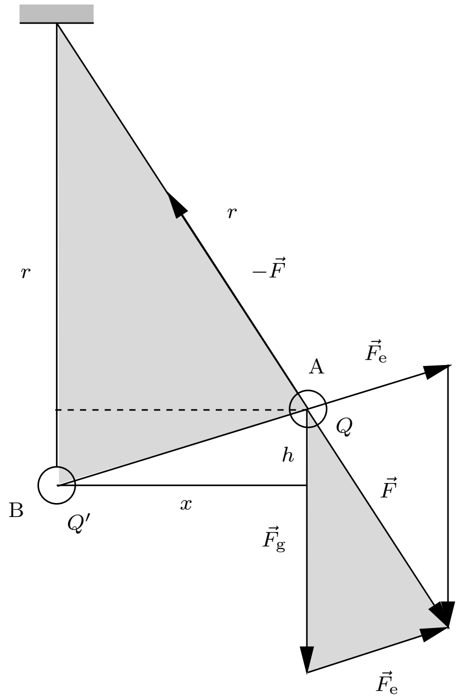
$$\mathrm{d}T = \frac{\varrho P}{A}\,\mathrm{d}x \quad \Longrightarrow \quad \Delta T = \frac{P}{A}\int_0^l \varrho(x)\,\mathrm{d}x \tag{3.3}$$

Abschätzung des Integrals:

$$\int_0^l \varrho(x)\,\mathrm{d}x \approx 4\,\mathrm{cm} \cdot 0{,}125\,\frac{\mathrm{Km}}{\mathrm{W}} = 50\,\frac{\mathrm{K\,cm}^2}{\mathrm{W}} \tag{3.4}$$

$$P = \frac{A\Delta T}{\int_0^l \varrho(x)\,\mathrm{d}x} = \frac{1\,\mathrm{mm}^2 \cdot 100\mathrm{K}}{5000\,\frac{\mathrm{K\,mm}^2}{\mathrm{W}}} = 20\,\mathrm{mW} \tag{3.5}$$

Aufgabe 4



Auf die Kugel A wirken die Gewichtskraft $\vec{F}_\mathrm{g}$, die elektrische Kraft $\vec{F}_\mathrm{e}$ und die Fadenkraft $-\vec{F}$. Die Summe der drei Kräfte muss null sein, d.h.

$$\vec{F} = \vec{F}_\mathrm{g} + \vec{F}_\mathrm{e} \tag{4.1}$$

Pythagoras:

$$(r-h)^2 + x^2 = r^2 \quad \Longrightarrow \quad x^2 + h^2 = 2rh \tag{4.2}$$

Ähnliche Dreiecke:

$$\frac{F_\mathrm{e}}{F_\mathrm{g}} = \frac{\sqrt{x^2+h^2}}{r} = \frac{\sqrt{2rh}}{r} = \sqrt{\frac{2h}{r}} \tag{4.3}$$

Coulomb:

$$F_\mathrm{e} = \frac{QQ'}{4\pi\varepsilon_0(x^2+h^2)} = \frac{QQ'}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2rh} \tag{4.4}$$

In der Anordnung steckt die elektrische potentielle Energie

$$W_\mathrm{e} = \frac{QQ'}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+h^2}} = \frac{QQ'}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2rh}} = F_\mathrm{e} \cdot \sqrt{2rh} = \underbrace{\sqrt{\frac{2h}{r}} \cdot F_\mathrm{g}}_{F_\mathrm{e}} \cdot \sqrt{2rh} = 2Mgh \tag{4.5}$$

und die potentielle Gravitationsenergie

$$W_\mathrm{g} = Mgh \tag{4.6}$$

Die verrichtete Arbeit ist also

$$W = W_\mathrm{g} + W_\mathrm{e} = 3Mgh \tag{4.7}$$