40. Internationale Physik-Olympiade – Mexiko 2009

Lösungen zur ersten Runde

R. Reindl

# Aufgabe 1

Bei durchdrehenden Rädern ist die Antriebskraft gleich der Gleitreibungskraft. Die gesamte vom Antrieb gelieferte Energie wird in potentielle Energie verwandelt:
Maximale Beschleunigung, wenn die Antriebskraft gleich der Haftreibung ist. Die gesamte vom Antrieb gelieferte Energie wird in potentielle Energie verwandelt:

$$\mu m g s_0 + \mu m g \cos\varphi \cdot \frac{h}{\sin\varphi} = mgh \tag{1.1}$$

$$\mu s_0 + \frac{\mu h}{\tan\varphi} = h \tag{1.2}$$

Mit der Steigung $\tan\varphi = 0{,}16$ folgt

$$h = \frac{\mu s_0}{1 - \frac{\mu}{\tan\varphi}} = \frac{\mu s_0}{1 - \frac{\mu}{0{,}16}} = \frac{0{,}09 \cdot 72\,\mathrm{m}}{1 - \frac{0{,}09}{0{,}16}} = 14{,}8\,\mathrm{m} \tag{1.3}$$

Bei günstigster Fahrweise drehen die Räder gerade nicht durch und die Antriebskraft ist gleich der Haftreibung. In (1.3) $\mu$ durch $\mu_\mathrm{H}$ ersetzen:

$$h = \frac{\mu_\mathrm{H} s_0}{1 - \frac{\mu_\mathrm{H}}{\tan\varphi}} = \frac{0{,}12 \cdot 72\,\mathrm{m}}{1 - \frac{0{,}12}{0{,}16}} = 4 \cdot 0{,}12 \cdot 72\,\mathrm{m} = 34{,}6\,\mathrm{m} \tag{1.4}$$

Die Rutschstrecke des Autos in der Horizontalen ist $\Delta x$:

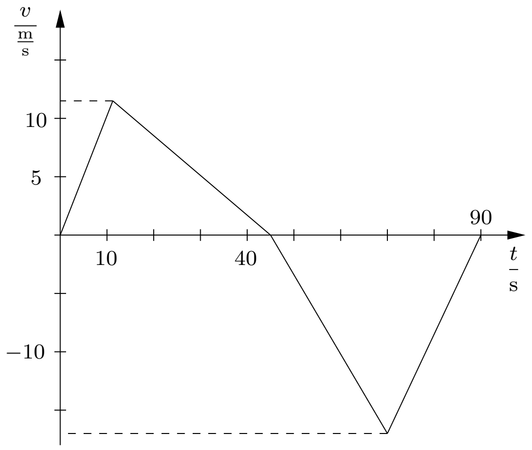
$$mgh = \mu m g \Delta x + \mu m g \cos\varphi \cdot \frac{h}{\sin\varphi} \tag{1.5}$$

$$\Delta x = h\left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\tan\varphi}\right) = \frac{\mu_\mathrm{H} s_0}{1 - \frac{\mu_\mathrm{H}}{\tan\varphi}}\left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\tan\varphi}\right) = s_0 \cdot \frac{\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\tan\varphi}}{\frac{1}{\mu_\mathrm{H}} - \frac{1}{\tan\varphi}} \tag{1.6}$$

$$\Delta x = s_0 \cdot \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{16}}{\frac{1}{12} - \frac{1}{16}} = \frac{7}{3} \cdot s_0 = 168\,\mathrm{m} \tag{1.7}$$

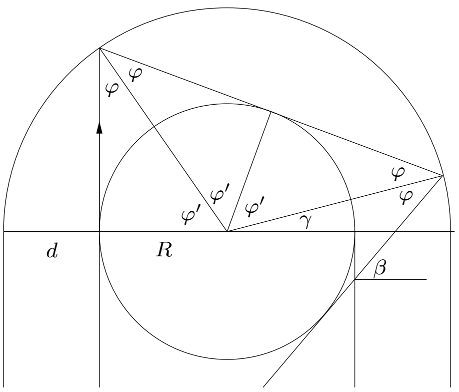
Start: $t_0 = 0$, Beginn der Steigung: $t_1$, $t_3$, höchster Punkt: $t_2$, Stillstand: $t_4$

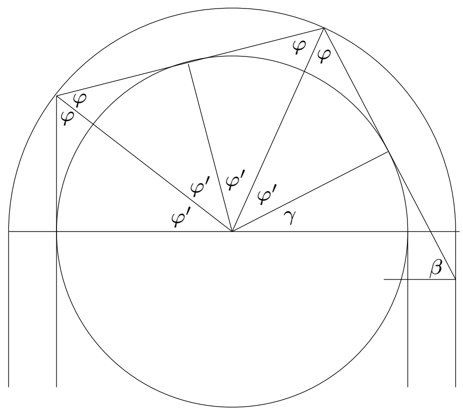
| | günstigste Fahrt |
|---|---|
| waagrechte Strecke: | $a_1 = \mu_\mathrm{H} g$, $\quad t_1 = \sqrt{\frac{2s_0}{a_1}} = 11{,}1\,\mathrm{s}$, $\quad v_1 = a_1 t_1 = 13{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ |
| Steigung: | $\lvert a_2\rvert = g(\sin\varphi - \mu_\mathrm{H}\cos\varphi)$, $\quad t_2 = t_1 + \frac{v_1}{\lvert a_2\rvert} = 44{,}7\,\mathrm{s}$, $\quad s = \frac{h}{\sin\varphi}$ |
| Zurückrutschen: | $\lvert a_3\rvert = g(\sin\varphi - \mu\cos\varphi)$, $\quad t_3 = t_2 + \sqrt{\frac{2s}{\lvert a_3\rvert}} = 70{,}1\,\mathrm{s}$ |
| | $v_3 = -\sqrt{\frac{2s}{\lvert a_3\rvert}} = -17{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ |
| waagrechte Strecke: | $a_4 = \mu g$, $\quad \Delta x = 168\,\mathrm{m}$, $\quad t_4 = t_3 + \frac{\lvert v_3\rvert}{\lvert a_4\rvert} = 89{,}6\,\mathrm{s}$ |




## Aufgabe 2

Der innerste Strahl hat den kleinsten Reflexionswinkel $\varphi$.




Außenwinkelsatz: $\beta = \gamma + \varphi \geqq \varphi$ $\qquad$ $\gamma \leqq \varphi' \quad \Longrightarrow \quad \beta = 90° - \gamma \geqq 90° - \varphi' = \varphi$

Es gilt also in beiden Fällen

$$\beta \geqq \varphi \tag{2.1}$$

Totalreflexion, wenn

$$\sin\varphi = \frac{R}{d+R} = \frac{1}{1+\frac{d}{R}} \geqq \frac{1}{n} \tag{2.2}$$

$$\frac{R}{d} \geqq \frac{1}{n-1} \approx 1{,}7 \tag{2.3}$$

## Aufgabe 3

Langsames Verschieben $\Longrightarrow$ isotherm ($T$ konstant).
Der Luftdruck ist

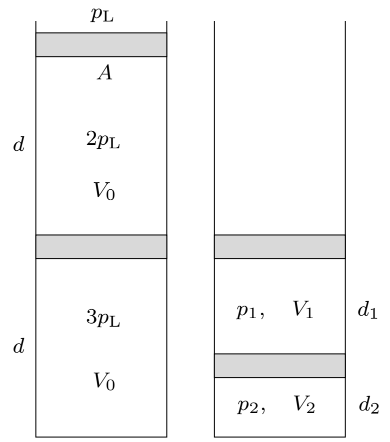
$$p_\mathrm{L} = \frac{mg}{A} \tag{3.1}$$

Dicke der Kolben sehr klein $\Longrightarrow$

$$d_1 + d_2 = d \tag{3.2}$$

Aus der Gasgleichung folgt mit konstantem $T$

$$pV = \text{konst.} \tag{3.3}$$




$$p_1V_1 = p_1Ad_1 = 2p_\mathrm{L}V_0 = 2p_\mathrm{L}Ad \quad\Longrightarrow\quad p_1 = \frac{2p_\mathrm{L}d}{d_1} \tag{3.4}$$

$$p_2V_2 = p_2Ad_2 = 3p_\mathrm{L}V_0 = 3p_\mathrm{L}Ad \quad\Longrightarrow\quad p_2 = \frac{3p_\mathrm{L}d}{d_2} \tag{3.5}$$

$$p_2 = p_1 + p_\mathrm{L} \quad\Longrightarrow\quad \frac{3p_\mathrm{L}d}{d_2} = \frac{2p_\mathrm{L}d}{d_1} + p_\mathrm{L} \tag{3.6}$$

$$d_1 = d - d_2 \quad\Longrightarrow\quad \frac{3d}{d_2} = \frac{2d}{d-d_2} + 1 \tag{3.7}$$

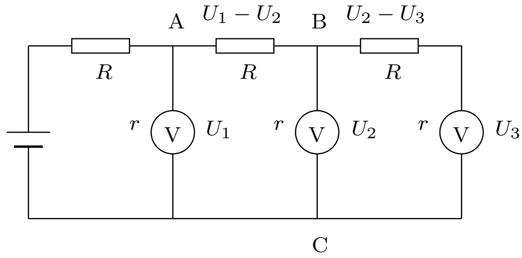
$$d_2^2 - 6dd_2 = -3d^2 \quad\Longrightarrow\quad d_2 = \left(3 - \sqrt{6}\right) d \approx 0{,}55\, d = 5{,}5\,\mathrm{cm} \tag{3.8}$$

## Aufgabe 4

$$\frac{U_1 - U_2}{R} = \frac{U_2}{r} + \frac{U_3}{r} \quad\Longrightarrow \tag{4.1}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{U_1 - U_2}{U_2 + U_3} \tag{4.2}$$

$$\frac{U_2 - U_3}{U_3} = \frac{R}{r} = \frac{U_1 - U_2}{U_2 + U_3} \tag{4.3}$$




$$U_2^2 - U_3^2 = U_1U_3 - U_2U_3 \tag{4.4}$$

$$U_2^2 + 2\cdot\frac{U_3}{2}\cdot U_2 + \frac{U_3^2}{4} = U_3^2 + U_1U_3 + \frac{U_3^2}{4} \tag{4.5}$$

$$U_2 = -\frac{U_3}{2} + \sqrt{\left(U_1 + \frac{5}{4}U_3\right)U_3} = 6{,}3\,\mathrm{V} \tag{4.6}$$