42. Internationale Physik-Olympiade – Bangkok 2011
Lösungen zur ersten Runde
R. Reindl

Aufgabe 1:

Die bewegten Magnete induzieren Wirbelströme in den Metallplatten. Aufgrund des ohmschen Widerstandes der Platten erwärmen sie sich. Mit $h = 68\,\mathrm{m}$ gilt

$$mgh = \frac{m}{2}v^2 + c_{\mathrm{Cu}} M \Delta T \tag{1.1}$$

$$c_{\mathrm{Cu}} M \Delta T = m\left(gh - \frac{v^2}{2}\right) = 2 \cdot 10^4\,\mathrm{kg}\left(9{,}81 \cdot 68 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10}{3{,}6}\right)^2\right)\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 13{,}3\,\mathrm{MJ} \tag{1.2}$$

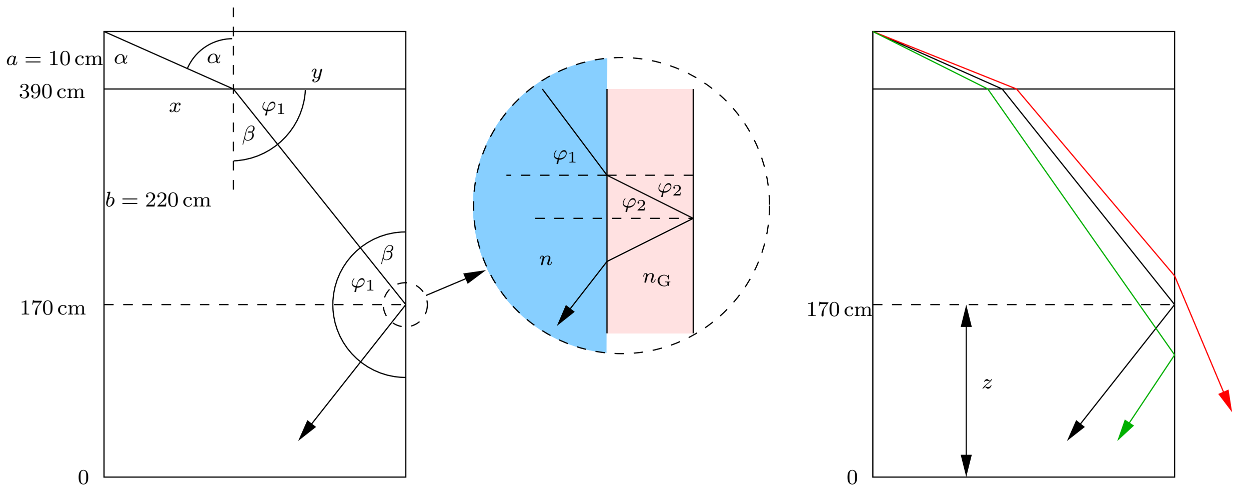
$$\Delta T = \frac{m\left(2gh - v^2\right)}{2 c_{\mathrm{Cu}} M} = \frac{13{,}3 \cdot 10^6\,\mathrm{J}}{385\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} \cdot 2000\,\mathrm{kg}} = 17\,\mathrm{K} \tag{1.3}$$

Aufgabe 2:

Für den Grenzwinkel φ_2 der Totalreflexion in Glas gilt

$$\sin\varphi_2 = \frac{1}{n_{\mathrm{G}}} \tag{2.1}$$

Da $n_{\mathrm{G}} \approx 1{,}5$, also $n_{\mathrm{G}} > n$ gilt, gibt es an der Trennfläche Wasser-Glas keine Totalreflexion.



Der effektive Winkel für die Totalreflexion ist φ_1. Aus dem Brechungsgesetz folgt

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{n_{\mathrm{G}}}{n} \tag{2.2}$$

(2.1) in (2.2):

$$\sin\varphi_1 = \frac{1}{n} \tag{2.3}$$

Bis auf eine kleine Parallelverschiebung also wie die Reflexion an der Grenzfläche Wasser-Luft.

$$\sin\beta = \cos\varphi_1 = \sqrt{1 - \sin^2\varphi_1} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} \tag{2.4}$$

$$\cos\beta = \sin\varphi_1 = \frac{1}{n} \tag{2.5}$$

$$\sin\alpha = n\sin\beta = \sqrt{n^2-1} \tag{2.6}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{2-n^2} \tag{2.7}$$

$$d = x + y = a\tan\alpha + b\tan\beta = \underbrace{\frac{a\sqrt{n^2-1}}{\sqrt{2-n^2}}}_{0{,}18\,\mathrm{m}} + \underbrace{b\sqrt{n^2-1}}_{1{,}93\,\mathrm{m}} = 2{,}11\,\mathrm{m} \tag{2.8}$$

Für Tina ist $z < 170\,\mathrm{cm}$ und somit $\varphi > \varphi_1$, d.h. es tritt Totalreflexion auf und Tina sieht das Gitter nicht.

Aufgabe 3:

Mit der Masse M der Scheibe ist ihre Flächendichte

$$\varrho = \frac{M}{R^2\pi} \tag{3.1}$$

und ihr Trägheitsmoment

$$J = \int\limits_0^R r^2\,\underbrace{2r\pi\varrho\,\mathrm{d}r}_{\mathrm{d}m} = 2\pi\varrho\int\limits_0^R r^3\,\mathrm{d}r = \frac{\pi\varrho}{2}R^4 = \frac{M}{2}R^2 \tag{3.2}$$

Mit

$$r = R\sin\omega t \tag{3.3}$$

folgt für den konstanten Drehimpuls des Systems

$$L = \frac{M}{2}R^2\Omega + mr^2\Omega = \left(\frac{M}{2}R^2 + mR^2\sin^2\omega t\right)\Omega \tag{3.4}$$

$$\Omega = \frac{L}{\frac{M}{2}R^2 + mR^2\sin^2\omega t} \tag{3.5}$$

Wegen des $\sin^2\omega t$ oszilliert Ω mit der doppelten Frequenz wie r:

$$T = 2{,}85\,\mathrm{s} \quad\Longrightarrow\quad f = \frac{1}{T} = 0{,}35\,\mathrm{Hz} \tag{3.6}$$

Maximales Ω für $\sin\omega t = 0$:

$$\Omega_0 = \Omega_{\max} = \frac{2L}{MR^2} \tag{3.7}$$

$$\Omega = \frac{\Omega_0}{1 + \frac{2m}{M}\sin^2\omega t} \tag{3.8}$$

Minimales Ω für $\sin\omega t = 1$:

$$\Omega_{\min} = \frac{\Omega_0}{1 + \frac{2m}{M}} \tag{3.9}$$

$$\frac{m}{M} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Omega_{\max}}{\Omega_{\min}} - 1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{4{,}2}{0{,}54} - 1\right) = 3{,}4 \tag{3.10}$$

Aufgabe 4:

Wärmeübergang durch Wärmeleitung bzw. Konvektion:

$$P_\mathrm{K} = \alpha A_0 (T - T_0) \tag{4.1}$$

mit dem Wärmeübergangskoeffizienten α, der Temperatur T des Drahtes und der Lufttemperatur T_0. Für natürliche Konvektion gilt

$$3\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}} \lessapprox \alpha \lessapprox 20\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}} \tag{4.2}$$

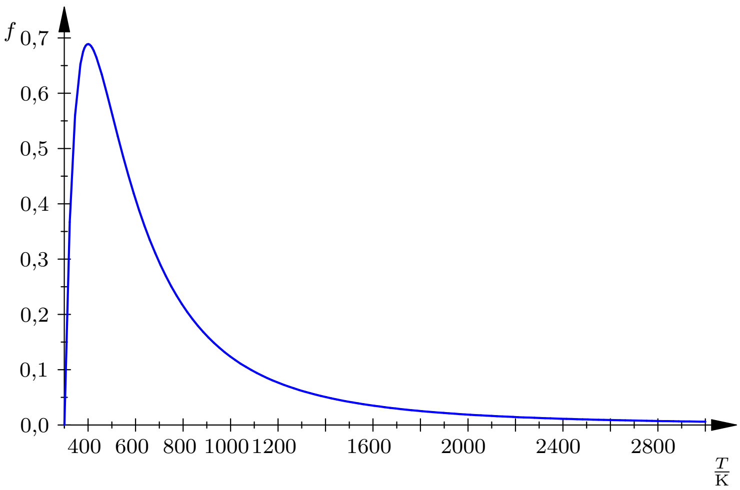
Warmeübergang durch Strahlung (Stefan-Boltzmann):

$$P = A_0 \sigma T^4 \quad \text{mit} \quad \sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K^4}} \tag{4.3}$$

Der Graf der Funktion

$$f(T) = \frac{P_\mathrm{K}(T)}{P(T)} = \frac{\alpha(T - T_0)}{\sigma T^4} \tag{4.4}$$

für $\alpha = 10\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}}$ zeigt, dass für große Temperaturen (ab ca. 1000 K) die Wärmeabgabe durch Strahlung dominiert.



Oberfläche des Drahtes:

$$A_0 = 2r\pi L = 2\pi \cdot 0{,}1 \cdot 100\,\mathrm{mm}^2 = 62{,}8\,\mathrm{mm}^2 \tag{4.5}$$

Querschnittsfläche des Drahtes:

$$A = r^2\pi = \pi \cdot 0{,}1^2\,\mathrm{mm}^2 = 0{,}126\,\mathrm{mm}^2 \tag{4.6}$$

$$R = \frac{U}{I} = \varrho \cdot \frac{L}{A} \quad \Longrightarrow \quad \varrho = \frac{U}{I} \cdot \frac{A}{L} = \frac{U}{I} \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} \tag{4.7}$$

Energiesatz:

$$P = UI = A_0 \sigma T^4 \quad \text{mit} \quad \sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K^4}} \tag{4.8}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{UI}{A_0 \sigma}} = 728\,\mathrm{K}\sqrt[4]{\frac{UI}{\mathrm{W}}} \tag{4.9}$$

$\frac{U}{\mathrm{V}}$	$\frac{I}{\mathrm{A}}$	$\frac{\varrho}{\Omega\mathrm{m}}$	$\frac{T}{\mathrm{K}}$
0,1	0,1	$3{,}14 \cdot 10^{-7}$	230
0,8	1,1	$2{,}28 \cdot 10^{-7}$	705
1,7	2,0	$2{,}67 \cdot 10^{-7}$	988
3,0	2,9	$3{,}25 \cdot 10^{-7}$	1250
4,9	3,75	$4{,}10 \cdot 10^{-7}$	1507
7,1	4,6	$4{,}85 \cdot 10^{-7}$	1740
10,1	5,6	$5{,}67 \cdot 10^{-7}$	1996
13,8	6,6	$6{,}57 \cdot 10^{-7}$	2249
18,1	7,7	$7{,}38 \cdot 10^{-7}$	2501
23,2	8,75	$8{,}33 \cdot 10^{-7}$	2747
29,0	9,9	$9{,}20 \cdot 10^{-7}$	2996