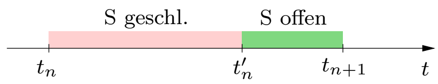
Aufgabe 1: Wiederbelebung

(a) $\boxed{5}$

$$U_C(t) \overset{\bullet\bullet}{=} U_{C0}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} = 0{,}05U_{C0} = U_1 \implies C \overset{\circ}{=} -\frac{t}{R\ln 0{,}05} \overset{\circ}{=} 500\,\mu\mathrm{F} \tag{1.1}$$

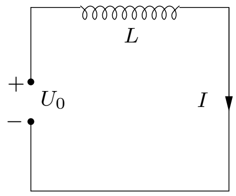
$$\Delta W \overset{\bullet}{=} \frac{C}{2}(U_{C0}^2 - U_1^2) = 0{,}9975 \cdot \frac{C}{2}U_{C0}^2 \implies U_{C0} \overset{\circ}{=} \sqrt{\frac{2\Delta W}{0{,}9975C}} \overset{\circ}{=} 8{,}9\cdot 10^2\,\mathrm{V} \tag{1.2}$$

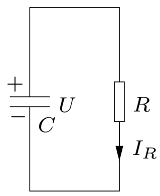
(b) T: Periode des Schalters $\boxed{14}$



$$t_n = nT, \quad t_{n+1} = (n+1)T, \quad t'_n = t_n + gT \tag{1.3}$$

$t_n < t < t'_n$ (S geschlossen):





$$U_0 - L\dot{I} = 0 \quad \bullet\ \bullet \tag{1.4}$$

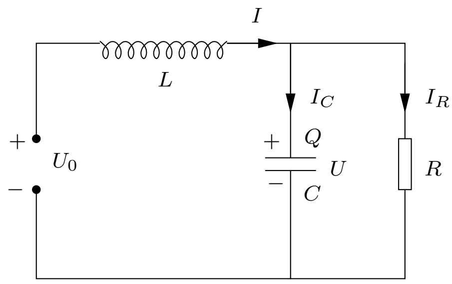
$$I(t) = I_n + \frac{U_0}{L}(t - t_n) \tag{1.5}$$

$$I'_n = I(t'_n) = I_n + \frac{U_0 gT}{L} \quad \bullet\ \bullet \tag{1.6}$$

$$U'_n = U(t'_n) = U_n\mathrm{e}^{-\frac{gT}{RC}} \approx U_n \quad \bullet \tag{1.7}$$

$t'_n < t < t_{n+1}$ (S offen):

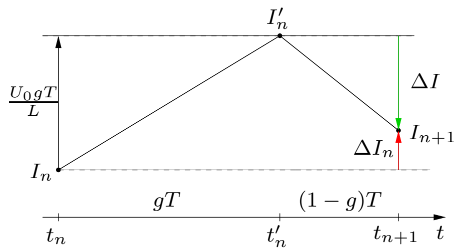
Aus der Maschenregel



$$L\dot{I} + U = U_0 \quad \bullet \tag{1.8}$$

folgt unter der Annahme $T \ll T^*$ (T^* ist die Schwingungsdauer) ein näherungsweise linearer Abfall des Stromes zwischen t'_n und t_{n+1}. ○

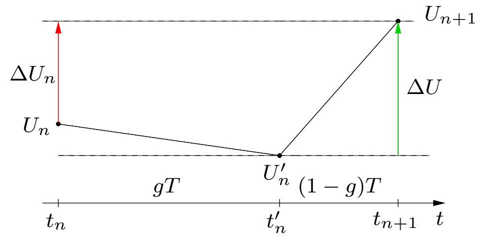
Mit $U'_n = U(t'_n)$ und $U_{n+1} = U(t_{n+1})$ ist



$$\Delta U = U_{n+1} - U'_n \tag{1.9}$$

$$L\frac{\Delta I}{\Delta t} = U_0 - U \tag{1.10}$$

Unter der Annahme $\Delta U \ll U_n$ kann U in (1.10) näherungsweise durch U_n ersetzt werden: ○



$$L\frac{\Delta I}{\Delta t} = U_0 - U_n \implies$$

$$\Delta I = -\frac{U_n - U_0}{L}(1-g)T \quad \bullet \tag{1.11}$$

Die Änderung der Stromstärke während einer Periode ist

$$\Delta I_n = I_n = I_{n+1} - I_n = \frac{U_0 gT}{L} - \frac{U_n - U_0}{L}(1-g)T = \frac{T}{L}(U_0 - U_n(1-g)) \tag{1.12}$$

Wegen des hohen Widerstandes R fließt anfänglich weniger Ladung ΔQ_R vom Kondensator ab als vom Spulenstrom auf ihn hinauffließt, die Kondensatorspannung steigt.

Damit der ganze Vorgang periodisch abläuft, muss $\Delta I_n = 0$ und $\Delta U_n = U_{n+1} - U_n = 0$ sein. Eine notwendige aber nicht hinreichende Bedingung für die Periodizität folgt aus (1.12):

$$g = 1 - \frac{U_0}{U_n} \quad \text{oder} \quad U_n = \frac{U_0}{1-g} \tag{1.13}$$

Hier ist Vorsicht geboten bei der Interpretation des Ergebnisses:

$$\boxed{\text{Für ein spezielles } n_1 \text{ gilt:} \quad \Delta I_{n_1} = 0 \Longleftrightarrow g = 1 - \frac{U_0}{U_{n_1}}} \tag{1.14}$$

(1.14) macht keine Aussagen über das Verhalten von ΔI_n für $n \neq n_1$!

Wir untersuchen jetzt die Änderung der Spannung während einer Periode:

Aus (1.6) folgt für den Mittelwert des Stromes im Intervall $[t_n, t_n']$

$$\overline{I} = \frac{I_n + I_n'}{2} = I_n + \frac{U_0 g T}{2L} \tag{1.15}$$

Die vom Spulenstrom in das System Kondensator-Widerstand gespeiste Ladung ist

$$\Delta Q = \left(I_n + \frac{U_0 g T}{2L}\right)(1-g)T \tag{1.16}$$

Durch den Widerstand fließt in diesem Zeitintervall näherungsweise die Ladung

$$\Delta Q_R = \frac{U_n}{R}(1-g)T, \tag{1.17}$$

auf den Kondensator also

$$\Delta Q_C = \Delta Q - \Delta Q_R = \left(I_n + \frac{U_0 g T}{2L} - \frac{U_n}{R}\right)(1-g)T \tag{1.18}$$

Damit ist

$$\Delta U = U_{n+1} - Un' = \frac{\Delta Q_C}{C} = \left(I_n + \frac{U_0 g T}{2L} - \frac{U_n}{R}\right) \cdot \frac{(1-g)T}{C} \tag{1.19}$$

Mit

$$U_n' = U_n \mathrm{e}^{-\frac{gT}{RC}} \approx U_n \left(1 - \frac{gT}{RC}\right) \tag{1.20}$$

ist

$$\Delta U_n = U_{n+1} - U_n = U_n' - U_n + \Delta U = \left(I_n + \frac{U_0 g T}{2L} - \frac{U_n}{R}\right) \cdot \frac{(1-g)T}{C} - \frac{U_n g T}{RC} \tag{1.21}$$

Aus (1.12) und (1.21) folgen die beiden Grundgleichungen der Schaltung:

$$\Delta I_n = I_{n+1} - I_n = \frac{T}{L}\left[U_0 - (1-g)U_n\right] \tag{1.22}$$

$$\Delta U_n = U_{n+1} - U_n = \frac{T}{C}\left[\left(I_n + \frac{U_0 g T}{2L}\right)(1-g) - \frac{U_n}{R}\right] \tag{1.23}$$

(1.22) und (1.23) gelten wegen der Diode nur unter der Voraussetzung, dass $I_n \geqq 0$ für alle n (kontinuierlicher Betrieb).

Die Schaltung arbeitet periodisch, wenn $\Delta I_n = 0$ und $\Delta U_n = 0$. Wenn die Schaltung für $U_n = U_{\max}$ periodisch arbeiten soll, folgt aus (1.22)

$$g = 1 - \frac{U_0}{U_{\max}} \quad \text{oder} \quad U_{\max} = \frac{U_0}{1-g} \tag{1.24}$$

und aus (1.23)

$$I_n = \frac{U_{\max}}{(1-g)R} - \frac{U_0 gT}{2L} = \frac{U_0}{(1-g)^2 R} - \frac{U_0 gT}{2L} \tag{1.25}$$

$$I_n > 0 \quad \Longrightarrow \quad = \frac{1}{(1-g)^2 R} > \frac{gT}{2L} \tag{1.26}$$

Der einzige noch frei wählbare Parameter ist T. Ein kontinuierlicher, periodischer Betrieb ist also nur möglich für

$$T < \frac{2L}{g(1-g)^2 R} \tag{1.27}$$

Mit den Werten von (c) gilt

$$g = 1 - \frac{U_0}{U_{\max}} = 0{,}976 \tag{1.28}$$

und damit

$$T < \frac{2L}{g(1-g)^2 R} = 1{,}8 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{s} = 2{,}85 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{1.29}$$

Die gleichen Ergebnisse erhält man durch eine Energiebetrachtung im Intervall $[t'_n, t_{n+1}]$:

$$U_0 \left(I_n + \frac{U_0 gT}{2L} \right) (1-g)T + \frac{L}{2}\left(I'^{\,2}_n - I^2_{n+1}\right) = \frac{C}{2}\left(U^2_{n+1} - U'^{\,2}_n\right) + \frac{U_n^2}{R}(1-g)T \tag{1.30}$$

Die Rekursionsgleichungen (1.22) und (1.23) für I_n und U_n lassen sich näherungsweise in eine Differentialgleichung umwandeln:

$$\ddot{U} - \frac{1}{RC}\dot{U} + \frac{(1-g)^2}{LC}U = \frac{(1-g)U_0}{LC} \tag{1.31}$$

Unter Vernachlässigung des Terms $\frac{1}{RC}\dot{U}$ (großer Widerstand) folgt mit $U(0) = 0$ und $I(0) = 0$:

$$U(t) = \frac{U_0}{1-g}(1 - \cos\omega^* t) \tag{1.32}$$

$$I(t) = \frac{CU_0}{(1-g)\sqrt{LC}} \sin\omega^* t \tag{1.33}$$

mit

$$\omega^* = \frac{1-g}{\sqrt{LC}} = (1-g)\omega \tag{1.34}$$

I_n wächst also in der Zeit

$$t_1 = \frac{\pi}{2\omega^*} = \frac{\pi\sqrt{LC}}{2(1-g)} \tag{1.35}$$

von 0 auf

$$I_{\max} = \frac{CU_0}{(1-g)\sqrt{LC}} \tag{1.36}$$

und fällt dann bei $t_2 = 2t_1$ auf null ab. Von hier Beginn des diskontinuierlichen Modus.

U wächst von 0 bis t_2 auf (siehe (1.24))

$$U(t_2) = 2U_{\max} = \frac{2U_0}{(1-g)} \tag{1.37}$$

Eine Analyse des diskontinuierlichen Verhaltens der Schaltung ergibt für $t > t_2$ mit einer ähnlichen Rechnung wie in (1.16) bis (1.21):

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta I_n &= I_{n+1} - I_n = 0 && (1.38)\\ \Delta U_n &= U_{n+1} - U_n = \frac{T}{C}\left[\frac{U_0^2 g^2 T}{2L(U_n - U_0)} - \frac{U_n}{R}\right] && (1.39)\end{aligned}}$$

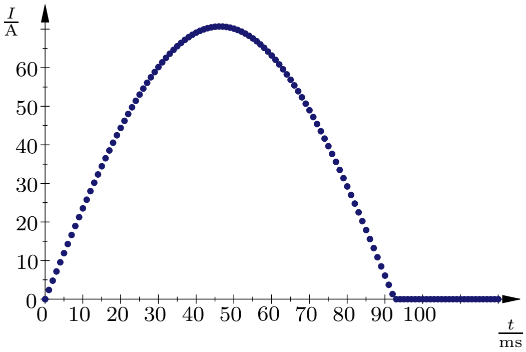
Mit unseren Zahlenwerten $U_{\max} = 500\,\mathrm{V}$, $g = 0{,}976$ und $T = 1{,}0 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{s}$:

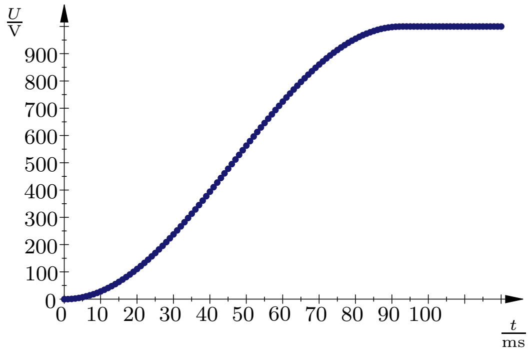
$$t_1 = 46{,}3\,\mathrm{ms}, \quad t_2 = 92{,}6\,\mathrm{ms}, \quad I_{\max} = 70{,}7\,\mathrm{A} \tag{1.40}$$

Das n_1 aus (1.14) ist

$$n_1 = \frac{t_1}{T} = 4{,}63 \cdot 10^5 \tag{1.41}$$

Die Ergebnisse einer numerischen Simulation mit den exakten Gleichungen stimmen mit unseren Werten ausgezeichnet überein:





Für $t > t_2$ gilt mit (1.39)

$$\Delta U_n = -8{,}61 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \quad \text{für} \quad U_n = 1000\,\mathrm{V} \tag{1.42}$$

und

$$\Delta U_n = -5{,}40 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \quad \text{für} \quad U_n = 1000\,\mathrm{V} \tag{1.43}$$

Für t_2 nimmt U_n also mit

$$\dot{U} = \frac{\Delta U_n}{T} = -8{,}61 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{s}} \tag{1.44}$$

ab, ist also praktisch konstant.

Für die erwünschte Endspannung von $U(t_2) = 2U_{\max} = 500\,\mathrm{V}$ sollte man also

$$g = 1 - \frac{U_0}{U_{\max}} = 1 - \frac{12}{250} = 0{,}952 \tag{1.45}$$

wählen.

Aufgabe 2: Tropische Wirbelstürme

(a) ΔW ist die *am* Gas verrichtete Arbeit, $-\Delta W$ entsprechend die *vom* Gas verrichtete Arbeit. $\boxed{10}$

$$n = \frac{\Delta m}{M_\mathrm{L}}, \quad N = nN_\mathrm{A}, \quad n_\mathrm{D} = \frac{\Delta m_\mathrm{D}}{M_\mathrm{W}}, \quad N_\mathrm{D} = n_\mathrm{D} N_\mathrm{A} \tag{2.1}$$

$$Nk = nR = \frac{\Delta m R}{M_\mathrm{L}}, \quad N_\mathrm{D} k = n_\mathrm{D} R = \frac{\Delta m_\mathrm{D} R}{M_\mathrm{W}} \tag{2.2}$$

$$p_\mathrm{A} V_\mathrm{A} = NkT_1 = nRT_1 = \frac{\Delta m R T_1}{M_\mathrm{L}} \tag{2.3}$$

Freiheitsgrade: $f_\mathrm{L} = 5$ (Luft), $f_\mathrm{W} = 6$ (Wasserdampf)

Luft von A nach B: isotherme Expansion ($\Delta U_\mathrm{L} = 0$)

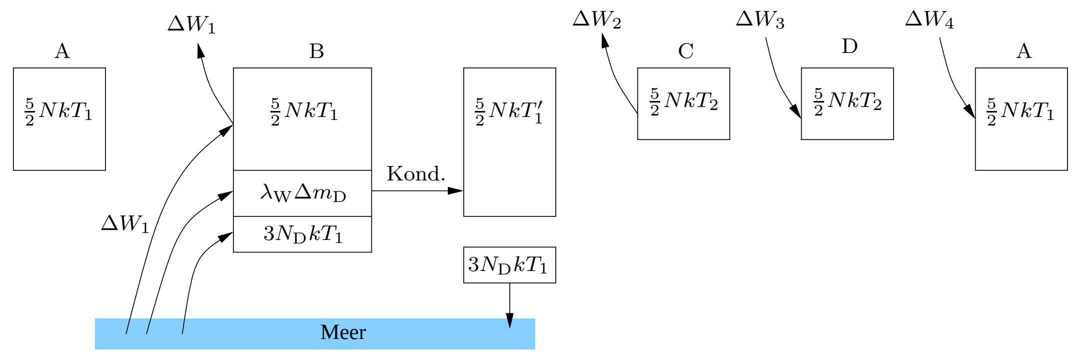
$$\mathrm{d}W = -p\mathrm{d}V = -\frac{p_\mathrm{A} V_\mathrm{A}}{V}\mathrm{d}V \tag{2.4}$$

$$\Delta W_1 = -p_\mathrm{A} V_\mathrm{A} \ln\frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}} = -p_\mathrm{A} V_\mathrm{A} \ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} \tag{2.5}$$

$$\Delta U_1 = \lambda_\mathrm{W} \Delta m_\mathrm{D} + 3N_\mathrm{D} k T_1 \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= \Delta U_1 - \Delta W_1 = \lambda_\mathrm{W} \Delta m_\mathrm{D} + 3N_\mathrm{D} k T_1 + p_\mathrm{A} V_\mathrm{A} \ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} = \\ &= \left(\lambda_\mathrm{W} + \frac{3RT_1}{M_\mathrm{W}}\right)\Delta m_\mathrm{D} + \frac{\Delta m R T_1}{M_\mathrm{L}} \ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} \end{aligned} \tag{2.7}$$

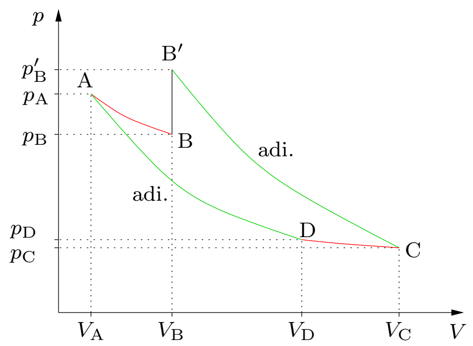
(b) $\boxed{6}$



Bei der Kondensation des Wasserdampfes und dem Abregenen des Wassers verliert das Luftvolumen die innere Energie $3N_\mathrm{D}kT_1$, die Kondensationswärme bleibt im Gas:

$$\frac{5}{2}nRT_1' = \frac{5}{2}nRT_1 + \lambda_\mathrm{W}\Delta m_\mathrm{D} \tag{2.8}$$

$$T_1' = T_1 + \Delta T_1 \tag{2.9}$$



mit

$$\Delta T_1 = \frac{2\lambda_\mathrm{W}\Delta m_\mathrm{D}}{5nR} = \frac{2\lambda_\mathrm{W} M_\mathrm{L} \Delta m_\mathrm{D}}{5R\Delta m} \tag{2.10}$$

Adiabatenexponent:

$$\kappa = \frac{f_\mathrm{L}+2}{f_\mathrm{L}} = \frac{7}{5}, \quad \kappa - 1 = \frac{2}{5}, \quad \frac{1}{\kappa-1} = \frac{5}{2}, \quad \frac{\kappa}{\kappa-1} = \frac{7}{2} \tag{2.11}$$

Adiabatengleichungen:

$$pV^\kappa = \text{konst.}, \quad TV^{\kappa-1} = \text{konst.}, \quad \frac{1}{p} \cdot T^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \text{konst.} \tag{2.12}$$

	T	V	p
A	T_1	V_A	p_A
B	T_1	$V_\mathrm{B} = \frac{p_\mathrm{A} V_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}}$	p_B
B′	$T_1' = T_1 + \frac{2\lambda_\mathrm{W}\Delta m_\mathrm{D}}{5nR}$	V_B	$p_\mathrm{B}' = \frac{p_\mathrm{B} T_1'}{T_1}$
C	T_2	$V_\mathrm{C} = V_\mathrm{B}\left(\frac{T_1'}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$	$p_\mathrm{C} = p_\mathrm{B}'\left(\frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{C}}\right)^\kappa$
D	T_2	$V_\mathrm{D} = V_\mathrm{A}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$	$p_\mathrm{D} = \frac{p_\mathrm{C} V_\mathrm{C}}{V_\mathrm{D}}$

	ΔU	ΔQ	ΔW
A → B	$\lambda_\mathrm{W}\Delta m_\mathrm{D} + 3N_\mathrm{D}kT_1$	$\lambda_\mathrm{W}\Delta m_\mathrm{D} + 3N_\mathrm{D}kT_1 + p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}}$	$\Delta W_1 = -p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}}$
B → B′	$-3N_\mathrm{D}kT_1$	$-3N_\mathrm{D}kT_1$	0
B′ → C	$-\frac{5}{2}Nk(T_1'-T_2)$	0	$\Delta W_2 = -\frac{5}{2}Nk(T_1'-T_2)$
C → D	0	$-p_\mathrm{C}V_\mathrm{C}\ln\frac{p_\mathrm{D}}{p_\mathrm{C}}$	$\Delta W_3 = p_\mathrm{C}V_\mathrm{C}\ln\frac{p_\mathrm{D}}{p_\mathrm{C}}$
D → A	$\frac{5}{2}Nk(T_1-T_2)$	0	$\Delta W_4 = \frac{5}{2}Nk(T_1-T_2)$

$$\frac{p_\mathrm{D}}{p_\mathrm{C}} = \frac{V_\mathrm{C}}{V_\mathrm{D}} = \frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\left(\frac{T_1'}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}}\left(\frac{T_1'}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \tag{2.13}$$

Mit $\Delta m_\mathrm{D} \approx 7\cdot 10^{-3}\Delta m$ (siehe (d)) ist $\Delta T_1 = 23{,}5\,\mathrm{K}$ und $\frac{\Delta T_1}{T_1} = 0{,}078 \ll 1$:

$$\ln\frac{p_\mathrm{D}}{p_\mathrm{C}} = \ln\frac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}} + \frac{1}{\kappa-1}\ln\left(1+\frac{\Delta T_1}{T_1}\right) \approx \ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} + \frac{1}{\kappa-1}\cdot\frac{\Delta T_1}{T_1} \tag{2.14}$$

$$p_\mathrm{C}V_\mathrm{C} = \frac{p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}T_2}{T_1} = NKT_2 \tag{2.15}$$

Die vom Gas geleistete Gesamtarbeit ist

$$\begin{aligned}
W &= -\Delta W = -(\Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \Delta W_4) = \\
&= p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} + \frac{5}{2}Nk(T_1'-T_2) - p_\mathrm{C}V_\mathrm{C}\ln\frac{p_\mathrm{D}}{p_\mathrm{C}} - \frac{5}{2}Nk(T_1-T_2) = \\
&\approx p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} + \frac{5}{2}Nk(T_1'-T_1) - \frac{p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}T_2}{T_1}\left(\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} + \frac{5}{2}\cdot\frac{\Delta T_1}{T_1}\right) = \\
&= \left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} + \frac{5}{2}Nk(T_1'-T_1) - \frac{5}{2}NKT_2\cdot\frac{\Delta T_1}{T_1} = \\
&= \left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)p_\mathrm{A}V_\mathrm{A}\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} + \frac{5}{2}Nk\left(T_1'-T_1-\frac{T_2}{T_1}(T_1'-T_1)\right) = \\
&= \left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)Nk\left(T_1\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} + \frac{5}{2}(T_1'-T_1)\right) = \\
&= \left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)\left(\frac{\Delta mRT_1}{M_\mathrm{L}}\ln\frac{p_\mathrm{A}}{p_\mathrm{B}} + \lambda_\mathrm{W}\Delta m_\mathrm{D}\right)
\end{aligned} \tag{2.16}$$

(c) $\boxed{3}$

$$\frac{\Delta m}{2} v_{\mathrm{B}}^2 \overset{\bullet\bullet}{=} \frac{\Delta m}{2} v_{\mathrm{A}}^2 + \frac{W}{2} \quad \Longrightarrow \quad v_{\mathrm{B}} = \sqrt{v_{\mathrm{A}}^2 + \frac{W}{\Delta m}} \tag{2.17}$$

$$v_{\mathrm{B}} \overset{\bullet}{=} \sqrt{v_{\mathrm{A}}^2 + \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \left(\frac{RT_1}{M_{\mathrm{L}}} \ln \frac{p_{\mathrm{A}}}{p_{\mathrm{B}}} + \frac{\lambda_{\mathrm{W}} \Delta m_{\mathrm{D}}}{\Delta m}\right)} \tag{2.18}$$

(d) 75% Luftfeuchte bei A $\Longrightarrow$ Masse des gesamten Wassers bei B ist $4\Delta m_{\mathrm{D}}$. $\bullet$ $\boxed{4}$

$$E_{\mathrm{w}} V_{\mathrm{B}} = 4 n_{\mathrm{W}} R T_1 \quad \Longrightarrow \quad \Delta m_{\mathrm{D}} = n_{\mathrm{W}} M_{\mathrm{W}} = \frac{E_{\mathrm{w}} V_{\mathrm{B}} M_{\mathrm{W}}}{4 R T_1} \ \bullet \tag{2.19}$$

$$V_{\mathrm{B}} = \frac{p_{\mathrm{A}} V_{\mathrm{A}}}{p_{\mathrm{B}}} = \frac{n_{\mathrm{L}} R T_1}{p_{\mathrm{B}}} = \frac{\Delta m R T_1}{M_{\mathrm{L}} p_{\mathrm{B}}} \tag{2.20}$$

$$\Delta m_{\mathrm{D}} \overset{\bullet}{=} \frac{E_{\mathrm{w}} M_{\mathrm{W}}}{4 M_{\mathrm{L}} p_{\mathrm{B}}} \cdot \Delta m \approx 7{,}0 \cdot 10^{-3} \Delta m \quad \Longrightarrow \quad v_{\mathrm{B}} = 80\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \ \bullet \tag{2.21}$$

Exakte Rechnung mit $n_{\mathrm{A}} = n_{\mathrm{L}} + n_{\mathrm{WA}}$. Aus den fünf Gleichungen

$$\Delta m = n_{\mathrm{L}} M_{\mathrm{L}} + n_{\mathrm{WA}} M_{\mathrm{W}} \tag{2.22}$$
$$\varphi E_{\mathrm{w}} V_{\mathrm{A}} = n_{\mathrm{WA}} R T_1 \tag{2.23}$$
$$p_{\mathrm{A}} V_{\mathrm{A}} = (n_{\mathrm{L}} + n_{\mathrm{WA}}) R T_1 \tag{2.24}$$
$$E_{\mathrm{w}} V_{\mathrm{B}} = (n_{\mathrm{WA}} + n_{\mathrm{W}}) R T_1 \tag{2.25}$$
$$p_{\mathrm{B}} V_{\mathrm{B}} = (n_{\mathrm{L}} + n_{\mathrm{WA}} + n_{\mathrm{W}}) R T_1 \tag{2.26}$$

folgt

$$\Delta m_{\mathrm{D}} = \frac{M_{\mathrm{W}} \left(\frac{p_{\mathrm{A}}}{\varphi} - p_{\mathrm{B}}\right)}{(p_{\mathrm{B}} - E_{\mathrm{w}}) \left(M_{\mathrm{W}} + M_{\mathrm{L}} \left(\frac{p_{\mathrm{A}}}{\varphi E_{\mathrm{w}}} - 1\right)\right)} \cdot \Delta m = 8{,}56 \cdot 10^{-3} \Delta m \tag{2.27}$$

(e) $\boxed{2}$

$$v(r) = \frac{v_{\mathrm{B}} \sqrt{r_{\mathrm{B}}}}{\sqrt{r}} = v_{\mathrm{A}} \ \bullet \quad \Longrightarrow \quad d = 2r \overset{\circ}{=} \frac{v_{\mathrm{B}}^2}{v_{\mathrm{A}}^2} \cdot 20\,\mathrm{km} \overset{\circ}{=} 1{,}3 \cdot 10^3\,\mathrm{km} \tag{2.28}$$

(f) $\boxed{4}$

$$E_{\mathrm{rot}} \overset{\bullet\bullet}{=} \int\limits_{r_{\mathrm{B}}}^{r_{\mathrm{A}}} \frac{1}{2} v(r)^2 \,\mathrm{d}m = 2\pi \varrho H \frac{1}{2} \int\limits_{r_{\mathrm{B}}}^{r_{\mathrm{A}}} \frac{v_{\mathrm{B}}^2 r_{\mathrm{B}}}{r} r \,\mathrm{d}r = \pi \varrho H v_{\mathrm{B}}^2 r_{\mathrm{B}} \int\limits_{r_{\mathrm{B}}}^{r_{\mathrm{A}}} \mathrm{d}r \tag{2.29}$$

$$E_{\mathrm{rot}} \overset{\circ}{=} \pi \varrho H v_{\mathrm{B}}^2 r_{\mathrm{B}} (r_{\mathrm{A}} - r_{\mathrm{B}}) = \pi \varrho H v_{\mathrm{A}}^2 r_{\mathrm{A}} (r_{\mathrm{A}} - r_{\mathrm{B}}) \tag{2.30}$$

Mit $H = 1{,}2 \cdot 10^4\,\mathrm{m}$ und $\varrho = 1{,}2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ folgt

$$E_{\mathrm{rot}} = 1{,}9 \cdot 10^{18}\,\mathrm{J} \ \circ \tag{2.31}$$

(g) $\boxed{1}$

$$\overline{P} = \frac{E_{\mathrm{rot}}}{10 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s}} = 2{,}2 \cdot 10^{12}\,\mathrm{W} \ \bullet \tag{2.32}$$