

LK Physik 13

Kernphysik

Richard Reindl

2009

Die aktuellste Version des Skriptes findet man unter

<http://www.stbit.de>

Das Werk steht unter einer Creative Commons

- Namensnennung
- Nicht-kommerziell
- Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Unported Lizenz

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/deed.de>



8. Oktober 2013

1 Werkzeuge der Kernphysik

1.1 Teilchenbeschleuniger

Die meisten Experimente der Kern- und Teilchenphysik laufen nach dem gleichen Schema ab: Ein Strahl von Teilchen (Photonen, Elektronen, Protonen, Ionen, ...) wird auf ein Target geschossen und irgendwelche Reaktionen werden in Abhängigkeit vom Winkel φ gegen die Einfallrichtung untersucht. Die Wellenlänge der einfallenden Teilchen muß dabei in der Größenordnung der zu untersuchenden Strukturen sein. Gerade zur Erzeugung neuer Elementarteilchen braucht man hohe Energien der einfallenden Teilchen. Geladene Teilchen erhalten ihre Energie in Teilchenbeschleunigern beim Durchlaufen geschickt angeordneter elektrischer Felder.

1.1.1 Beschleuniger vom Typ „Elektronenröhre“

Die einfachsten Beschleuniger sind evakuierte Röhren, deren Beschleunigungsspannung U mit Transformatoren und Gleichrichtern erzeugt wird. Mit diesem Verfahren erreicht man wegen der auftretenden Funkenüberschläge maximale Spannungen in der Größenordnung 100 kV. Jeder Beschleuniger muß folgende Bestandteile aufweisen:

- Vakuumpumpe
- Hochspannungsquelle
- Teilchenquelle

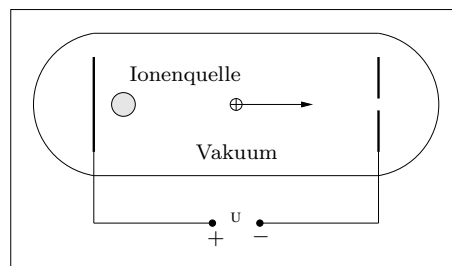


Abb.1.1.1 Einfacher Beschleuniger

Die Ionen erzeugt man aus neutralen Atomen durch Beschuß mit Elektronen.

1.1.2 Elektrostatischer Generator (Van de Graaff-Generator)

Der amerikanische Physiker Van de Graaff erfand 1930 den nach ihm benannten Beschleuniger. Als Spannungsquelle wird ein Bandgenerator verwendet. Befindet sich die felderzeugende Vorrichtung (natürlich nicht die Beschleunigungsstrecke der Ionen) in einem „trägen“ (d.h. schlecht leitenden) Gas hohen Drucks (z.B. Stickstoff), dann können Spannungen bis ca. 15 MV erzeugt werden.

1.1.3 Tandembeschleuniger

In einem Tandembeschleuniger wird die von einem Van de Graaff-Generator erzeugte Beschleunigungsspannung U zweimal ausgenutzt: Negative Ionen werden zunächst mit U beschleunigt und durchfliegen dann die mit einem Gas gefüllte Hochspannungselektrode HE. Bei Stößen mit den Gasatomen werden den negativen Ionen Elektronen entrissen und sie werden zu positiven Ionen („Stripping“). Die jetzt positiven Ionen der kinetischen Energie

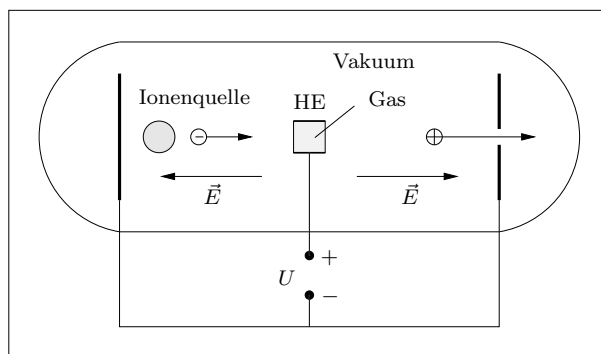


Abb.1.1.2 Tandembeschleuniger

eU werden auf der zweiten Beschleunigungsstrecke auf die kinetische Energie $W_k = 2 \cdot eU$ beschleunigt.

1.1.4 Hochfrequenzlinearbeschleuniger (LINAC)

Eine hochfrequente Spannung U liegt an den einzelnen Röhren des Linearbeschleunigers. Das Innere der Röhren ist feldfrei, die Beschleunigung der Teilchen erfolgt also zwischen den Röhren. Der Abstand Δl zweier benachbarter Röhren ist so klein, dass die Flugzeit Δt zwischen den Röhren klein ist gegen die Schwingungsdauer T der Spannung U . Die Längen l_k der „Driftröhren“ sind so bemessen, dass während der Beschleunigungsphase der Teilchen stets ein Spannungsmaximum anliegt. In jedem Zwischenraum erhält ein Teilchen der Ladung q einen Zuwachs der kinetischen Energie um $\Delta W_k = qU_0$. Für die Länge der k -ten Driftröhre und die Gesamtenergie eines Teilchens in der k -ten Röhre erhält man wegen $\Delta l \ll l_k$

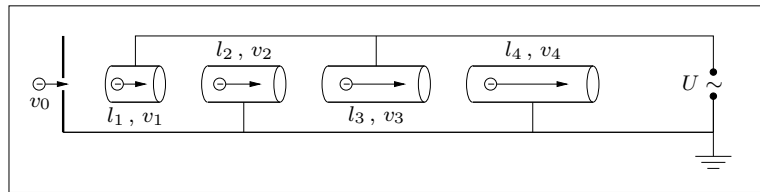


Abb.1.1.3 LINAC (LINear ACcelerator)

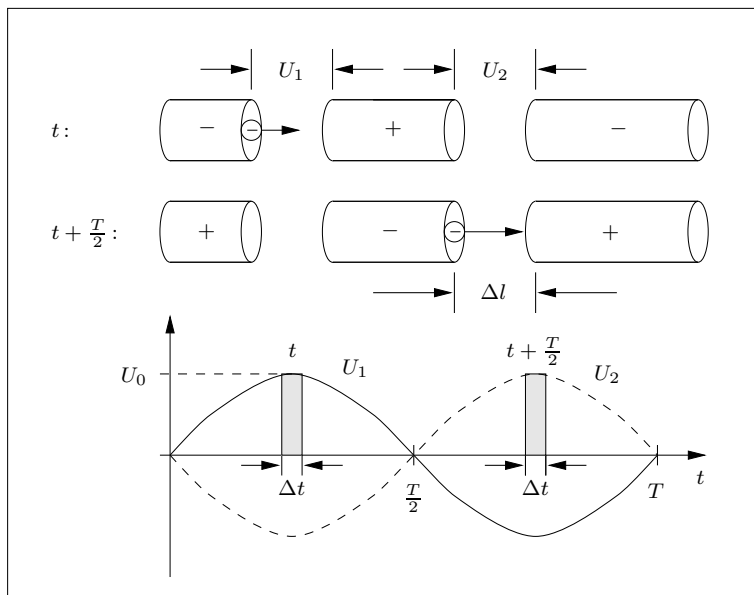


Abb.1.1.4 Richtiges Timing

$$\boxed{l_k = \frac{T}{2} \cdot v_k} \quad \text{und} \quad \boxed{W_k = W_0 + k q U_0} \quad (1.1.1)$$

Der derzeit größte Elektronen-Linearbeschleuniger arbeitet am SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) in Kalifornien. Bei seiner Fertigstellung 1961 war der Beschleuniger drei Kilometer lang und konnte Elektronen von ungefähr 1 MeV (Van de Graaff-Generator!) mit 82 650 Driftröhren auf die Endenergie 22 GeV (heute 33 GeV) beschleunigen.

1.1.5 Das Zyklotron

Die dosenförmigen Hohlelektroden eines Zyklotrons haben die Form einer parallel zur Zylinderachse halbierten Thunfischdose. An den beiden Elektroden liegt eine hochfrequente Wechselspannung $U = U_0 \cos \omega t$, die ganze Anordnung ist von einem homogenen Magnetfeld der Stärke B durchsetzt. Das elektrische Feld zwischen den Elektroden sorgt für die Beschleunigung der Teilchen, der Raum innerhalb der Elektroden ist feldfrei. Aus der Grundbeziehung für die Bewegung geladener Teilchen im Magnetfeld (Zentripetalkraft = Lorentzkraft) folgt für die halbe Umlaufdauer

$$\frac{T}{2} = \frac{r \pi}{v} = \frac{\pi m}{q B} \quad (1.1.2)$$

Da die Umlaufdauer für kleine Geschwindigkeiten nicht vom Radius und der Geschwindigkeit abhängt, wird das Zyklotron mit der konstanten **Zyklotronfrequenz**

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (1.1.3)$$

der Spannung U betrieben. Da der Abstand der beiden Elektroden sehr klein ist, liegt während der sehr kurzen Beschleunigungsphase immer die maximale Spannung U_0 zwischen den Elektroden (vergleiche Abb.1.1.4). Pro Umlauf wird die kinetische Energie der Teilchen um $2qU_0$ vergrößert. Die maximale kinetische Energie der Teilchen ist durch den Radius r_0 des Zyklotrons begrenzt:

$$W_{k,\max} = \frac{m}{2} v_{\max}^2 = \frac{r_0^2 q^2 B^2}{2m} \quad (1.1.4)$$

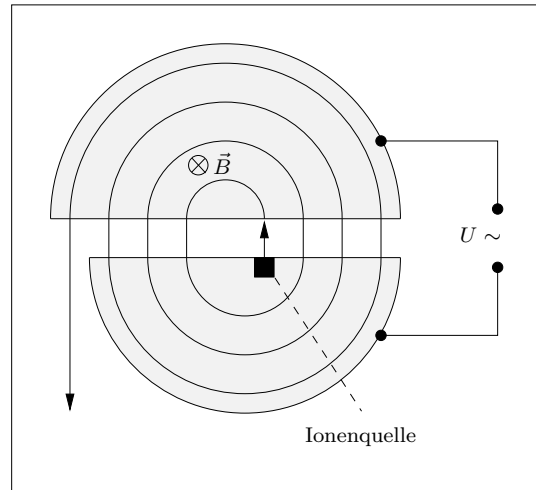


Abb.1.1.5 Zyklotron

Für relativistische Geschwindigkeiten ist die Masse m in (1.1.3) durch γm zu ersetzen, d.h. die Umlauffrequenz ist nicht mehr konstant, das Zyklotron „kommt aus dem Takt“. Um ein Zyklotron auch für relativistische Teilchenenergien betreiben zu können, muß die Frequenz der Spannung U geeignet verändert werden („Synchrozyklotron“, siehe Aufgaben). In diesem Fall ist aber kein Dauerbetrieb mehr möglich, es kann nur noch ein Teilchenpulk (engl. Bunch) beschleunigt werden.

1.1.6 Das Synchrotron

Ein Synchrotron besteht aus vielen Beschleunigungsstrecken mit einer hochfrequenten Hochspannung, die sich mit Ablenkstrecken (starke Magnetfelder) abwechseln. Ein Pulk von Teilchen wird in einem Linearbeschleuniger vorbeschleunigt und mit der Energie W_a in das Synchrotron eingeschossen. Die Frequenz der Hochspannung wird von einer Elektronik so geregelt, dass der Teilchenpulk in den Beschleunigungsstrecken stets auf ein Spannungsmaximum trifft. Wegen der geraden Beschleunigungsstrecken ist der durch das Magnetfeld B gegebene Ablenkradius r etwas kleiner als der tatsächliche Radius der Anlage (siehe Abb.1.1.6). Erreichen die Teilchen ihre Endenergie W_e , werden sie mit Hilfe eines Elektromagneten

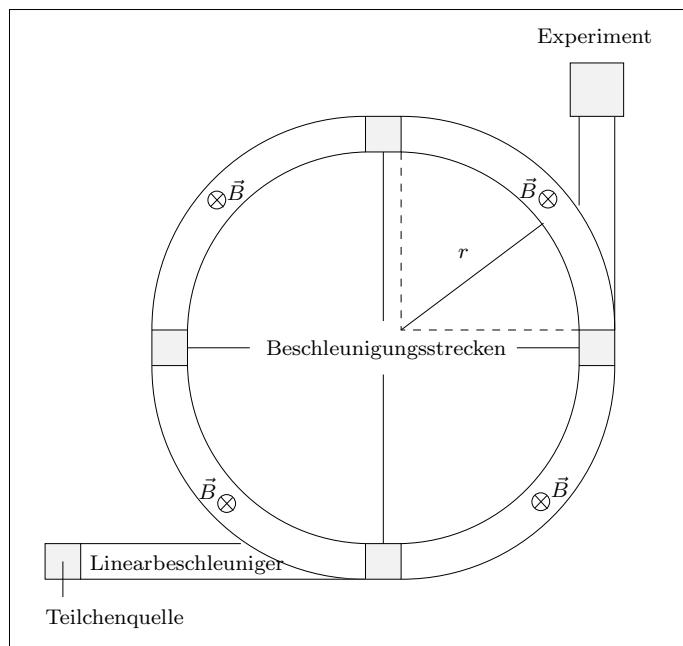


Abb.1.1.6 Synchrotron

zum Experimentierplatz gelenkt. Es versteht sich von selbst, dass beim Synchrotron relativistisch gerechnet werden muß. Das Funktionieren der großen Beschleuniger liefert täglich eine ausgezeichnete experimentelle Bestätigung der speziellen Relativitätstheorie.

Zur Erzeugung neuer Teilchen muß die Energie der Stoßpartner **im Schwerpunktsystem** möglichst groß sein (siehe Aufgaben). Daher baut man Speicherringe, in denen z.B. ein Pulk

von Protonen hoher Energie umläuft. Dann werden Antiprotonen beschleunigt und mit den gespeicherten Protonen zum Frontalzusammenstoß gebracht. Beschleuniger mit einem Speicherring nennt man **Collider**. Um im Schwerpunktsystem die Reaktionsenergie W_R bereitzustellen, müssen die Teilchen in einem Collider auf die Energie $W = \frac{W_R}{2}$ beschleunigt werden. In einem einzelnen Beschleuniger (Stoß auf ein ruhendes Teilchen) muß das stoßende Teilchen dazu die Energie

$$W' = \frac{W_R}{W_0} \cdot W \quad (1.1.5)$$

aufbringen, wobei W_0 die Ruhenergie der Teilchen ist. Ein Einzelbeschleuniger, der die gleiche Reaktionsenergie wie der LEP ($W_R = 2W = 174 \text{ GeV}$, siehe Tabelle) erreicht, müsste Elektronen auf die Energie

$$W' = \frac{174\,000 \text{ MeV}}{0,511 \text{ MeV}} \cdot W = 340\,000 \cdot W = 29\,600 \text{ TeV} \quad (1.1.6)$$

beschleunigen. Das würde bei gleichem Magnetfeld einem Radius des Beschleunigers von $r' = 340\,000 \cdot r = 1\,440\,000 \text{ km}$ entsprechen (225-facher Erdradius).

Die Grundgleichungen für Berechnungen am Synchrotron sind „Zentripetalkraft=Lorentzkraft“

$$\frac{\gamma m v^2}{r} = qvB \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.1.7)$$

und die Energie-Impuls-Relation

$$W^2 = W_0^2 + p^2 c^2 \quad (1.1.8)$$

woraus für sehr große Energien ($W \gg W_0$)

$$W \approx pc \quad (1.1.9)$$

folgt.

In der folgenden Tabelle sind einige Daten von wichtigen Collidern zusammengestellt:

LEP: **L**arge **E**lectron **P**ositron Collider

LHC: **L**arge **H**adron **C**ollider (Hadronen: von der starken WW beeinflusste Teilchen)

SSC: **S**uperconducting **S**uper **C**ollider

DESY: **D**eutsches **E**lektronen **S**ynchrotron (in Hamburg)

CERN: **C**entre **E**uropeén pour la **R**echerche **N**ucléaire (in der Nähe von Genf)

Das **Fermilab** (Fermi National Accelerator Laboratory) steht in der Nähe von Chicago.

	LEP (CERN)	HERA (DESY)	TEVATRON (Fermilab)	LHC (CERN)		SSC (USA)
In Betrieb seit	1989	1992	1987	2007?		gestrichen
Teilchen	e^+e^-	ep	$p\bar{p}$	pp	Pb Pb	pp
W_e in TeV	0,087	e: 0,030 p: 0,82	1,0	7,0	$2,76 \frac{\text{TeV}}{u}$	20
W_a in TeV	0,022	e: 0,012 p: 0,04	0,15	0,45	$0,177 \frac{\text{TeV}}{u}$	2
Umfang in km	26,66	6,336	6,28	26,659		87,12
B_{\max} in T	0,135	e: 0,274 p: 4,65	4,4	8,4		6,79
Teilchen pro Pulk (10^{10})	60	e: 3,65 p: 4,65	p: 25	p: 10,5 \bar{p} : 7,5	0,0094	0,8
Pulklänge in cm	1,8	e: 0,83 p: 8,5	50	7,5	7,5	6,0

1.2 Teilchendetektoren

1.2.1 Das fotografische Verfahren

Energiereiche geladene Teilchen hinterlassen Spuren auf Fotoplatten. Aus der Korndichte und der Länge der Spuren kann die Energie des Teilchens ermittelt werden.

1.2.2 Die Nebelkammer

In der Wilson'schen Nebelkammer befindet sich ein übersättigtes Gemisch aus Wasserdampf und Spiritus. Schnelle geladene Teilchen ionisieren die Gasmoleküle entlang ihrer Bahn. Die Ionen wirken als Kondensationskeime und es entstehen Nebeltröpfchen entlang der Bahn. Aus der Zahl der Tröpfchen und der Ionisierungsenergie pro Molekül kann die Energie der Teilchen ermittelt werden. Man sollte sich unbedingt das faszinierende Schauspiel des Entstehens und Vergehens von Teilchen in der großen Nebelkammer des Deutschen Museums in München anschauen.

1.2.3 Die Blaskammer

Die Blaskammer ist mit einer überhitzten Flüssigkeit unter hohem Druck gefüllt. Bei plötzlicher Drucksenkung entstehen Dampfblasen um Ionen herum und markieren so die Bahn des ionisierenden Teilchens. Da die Dichte einer Flüssigkeit viel größer ist als die Dichte eines Gases, sind die Teilchenbahnen in der Blaskammer kürzer als in einer Nebelkammer. Das hat den Vorteil, die ganzen Bahnen von Teilchen beobachten zu können.

1.2.4 Die Ionisationskammer

Die Ionisationskammer besteht aus einer leitenden Außenelektrode und einer isoliert angebrachten Innenelektrode, die Kammer ist mit einem Gas gefüllt. In der Kammer entstehende Paare aus Ionen und Elektronen werden durch eine angelegte Spannung U getrennt (die Elektronen wandern zur positiven Innenelektrode, die positiven Ionen zur negativen Außenelektrode). Bei kleinen Spannungen U kann es noch vorkommen, dass sich Elektronen mit Ionen wieder zu neutralen Atomen rekombinieren, ab einer gewissen Sättigungsspannung ist der Strom I aber proportional zur Zahl der pro Sekunde in der Ionisationskammer entstehenden Ionen. Aus der Ionisierungsenergie W_I pro Gasmolekül und dem Ionisationsstrom I kann auf die gesamte kinetische Energie der ionisierenden Teilchen in der Kammer geschlossen werden.

Gas	W_I
He	42 eV
Xe	22 eV
Luft	34 eV

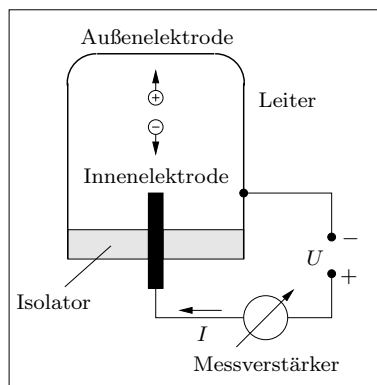


Abb.1.2.1 Ionisationskammer

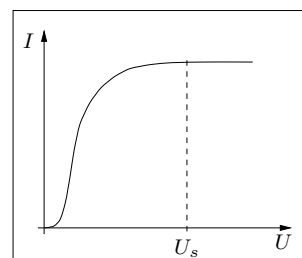


Abb.1.2.2 Sättigungsspannung U_s

1.2.5 Das Zählrohr

Das Zählrohr besteht aus einem dünnen Draht als Innenelektrode und einem leitenden Zylindermantel als Außenelektrode. Für kleine Spannungen funktioniert das Zählrohr wie eine Ionisationskammer. Sind keine Ion-Elektron-Paare im Zählrohr, dann ist der Widerstand R_1 zwischen Innen- und Außenelektrode sehr groß gegen den hochohmigen Arbeitswiderstand R (siehe Abb.1.2.3), d.h. an R liegt nur die kleine Spannung

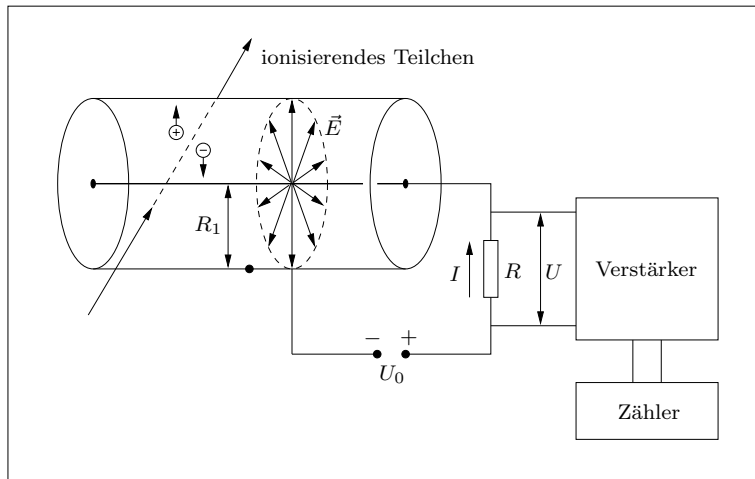


Abb.1.2.3 Zählrohr

$$U = U_0 \cdot \frac{R}{R + R_1} \quad (1.2.1)$$

Wird durch ein energiereiches Teilchen ein Ion-Elektron-Paare im Zählrohr erzeugt, dann sinkt R_1 drastisch ab und U steigt stark an. Dieser Spannungsimpuls wird noch verstärkt und an einen Zähler weitergeleitet. Ist Q die in der Zeit t von den Teilchen erzeugte negative Ladung, dann ist der Ionisationsstrom für kleine Zählrohrspannungen U_0 (Ionisationskammer)

$$I = \frac{Q}{t} \quad (1.2.2)$$

Für größere Spannungen werden die Elektronen, die zur Innenelektrode fliegen, so stark beschleunigt, dass sie weitere Atome des Füllgases ionisieren, d.h. der Ionisationsstrom I wird größer als bei der Ionisationskammer (**Proportionalbereich**):

$$I = a \cdot \frac{Q}{t} \quad \text{mit } a > 1 \quad (1.2.3)$$

Wird die Zählrohrspannung weiter vergrößert, dann erzeugen die in der Nähe des Drahtes sehr schnellen Elektronen energiereiche Photonen, die ihrerseits wieder durch Fotoeffekt im ganzen Zählrohr neue Elektronen auslösen. Es kommt zu einem lawinenartigen Anwachsen des Stromes, dessen Stärke nicht mehr von der ursprünglich von den einfallenden Teilchen erzeugten Ladung Q abhängt - das Zählrohr befindet sich im **Auslösbereich (Geiger-Zähler)**.

Vergleich: An einem schneereichen Hang werden durch Schneebälle kleine Lawinen ausgelöst, die gesamte abrutschende Schneemenge ist proportional zur Zahl der Schneebälle. Ab einer gewissen Zahl von Bällen wird aber der ganze Hang abrutschen (Auslösbereich).

$0 \lesssim U_0 \lesssim 400 \text{ V}$	$400 \lesssim U_0 \lesssim 800 \text{ V}$	$1000 \lesssim U_0 \lesssim 1200 \text{ V}$
$I = \frac{Q}{t}$	$I = a \cdot \frac{Q}{t} \quad , \quad a > 1$	Pro einfallendem Teilchen ein Spannungsstoß U , der unabhängig von Q ist.
Ionisationskammer	Proportionalzähler	Auslösbereich, Geigerzähler

Abb.1.2.4 zeigt den Verlauf des Ionisationsstroms I bzw. der dazu proportionalen Spannung U am Arbeitswiderstand R in Abhängigkeit von der Zählrohrspannung U_0 . Gezeichnet sind die Kurven zweier einfallender Teilchen mit unterschiedlicher Energie. Im Auslösebereich (Geigerzähler) ist die Energie des einfallenden Teilchens nicht mehr messbar.

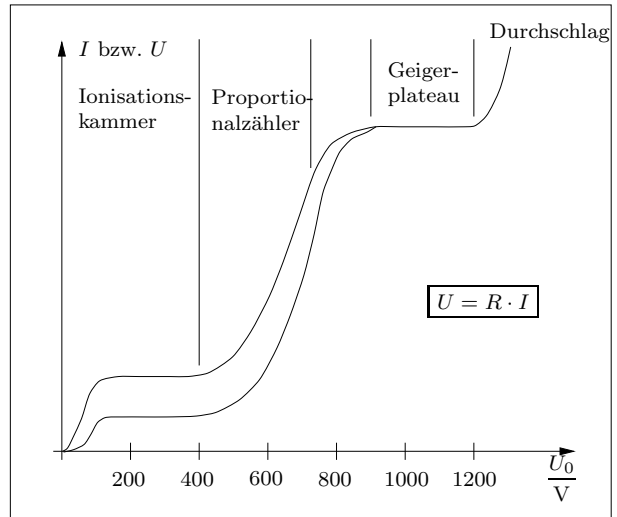


Abb.1.2.4 Spannung am Arbeitswiderstand

Ist ΔN die Zahl der in der Zeit Δt registrierten Teilchen, dann definiert man die **Zählrate** als das Verhältnis

$$n = \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad (1.2.4)$$

Fallen viele Teilchen gleicher Energie in das Zählrohr ein und ist Q_0 , die pro Teilchen erzeugte Ladung, dann gilt für den Ionisationsstrom I im Proportionalbereich

$$I = a \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n a Q_0 \quad (1.2.5)$$

Im Auslösebereich bricht die Spannung U_1 zwischen Zählrohrdraht und Zählrohrwand während des Nachweises eines Teilchens vollständig zusammen. Mit der Kapazität C des Zählrohrs (Zylinderkondensator) gilt für den Ladevorgang nach dem Auslösen

$$U_1 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (1.2.6)$$

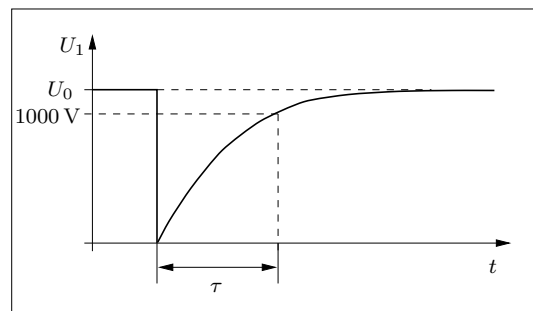


Abb.1.2.5 Totzeit τ des Geigerzählers

Die „Totzeit“ τ , während der das Zählrohr keine Teilchen registrieren kann, berechnet sich aus (1.2.6) mit der Spannung $U_1 = U_a \approx 1000 \text{ V}$, ab der sich das Zählrohr im Auslösebereich befindet, zu

$$\tau \approx RC \ln \frac{U_0}{U_0 - U_a} \quad (1.2.7)$$

1.2.6 Der Halbleiterdetektor

Der Halbleiterdetektor funktioniert ähnlich wie die Ionisationskammer. Statt einer gasgefüllten Kammer wird eine Diode mit sehr breiter Sperrschicht verwendet, die den Strom im Normalfall nicht durchlässt. Werden durch einfallende Teilchen in der Sperrschicht Ladungen getrennt, kann ein Strom fließen. Wegen der viel größeren Dichte und der kleineren Ionisierungsenergie (siehe Tabelle) ist die beim Durchgang eines energiereichen Teilchens erzeugte Ladung im Halbleiterdetektor ungefähr 10^4 -mal so groß wie bei der Ionisationskammer.

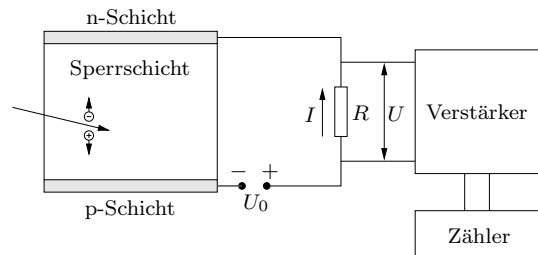


Abb.1.2.6 Halbleiterdetektor

	Silizium	Luft
ρ in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	2330	1,3
W_{ion} in eV	3,5	34

1.2.7 Der Szintillationszähler

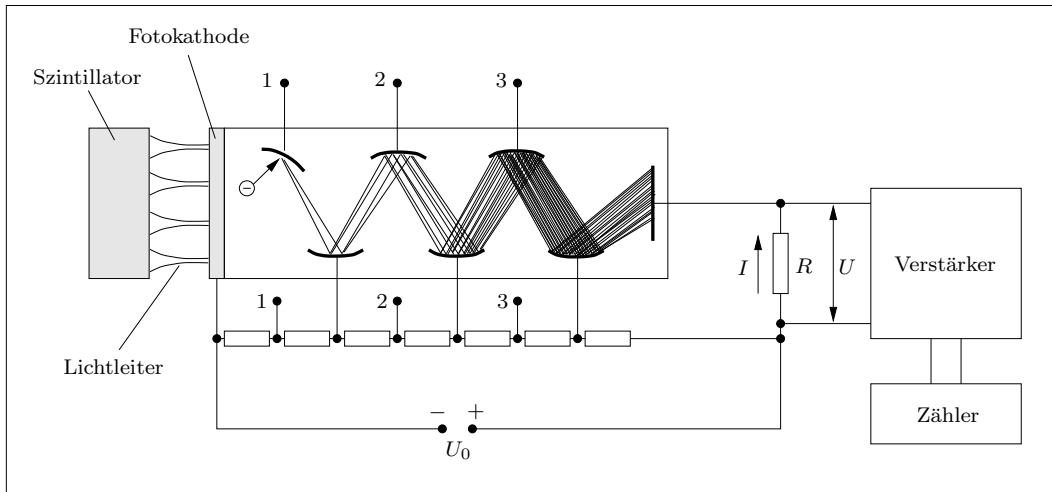


Abb.1.2.7 Szintillationszähler

Der Szintillationszähler dient hauptsächlich zum Nachweis von Gammastrahlung. Der Szintillationszähler besteht aus dem Szintillator, einem Fotomultiplier (Sekundärelektronenvervielfacher) und der Zähl Elektronik. Der Szintillator ist oft ein NaJ-Kristall mit eingelagerten Tl-Atomen. Die Energie W_γ eines einfallenden Quants wird im Szintillator zunächst durch Fotoeffekt oder mehrfache Comptonstreuung in kinetische Energie von Elektronen umgewandelt. Mit W_e bezeichnen wir die gesamte kinetische Energie aller von **einem** einfallenden Quant freigesetzten Elektronen. Diese Elektronen geben ihre Energie als Anregungsenergie (hauptsächlich an die Tl-Atome) ab, die von den Atomen in Form von Photonen wieder ausgesandt wird. Die kinetische Energie eines Elektrons kann auch direkt durch Bremsstrahlungseffekte in Photonen verwandelt werden. Aus dem einen einfallenden Gammaquant hoher Energie sind jetzt viele Photonen niedrigerer Energie geworden. Insgesamt wird der Bruchteil ε_1 von W_e in Lichtenergie umgeformt. Bezeichnen wir mit W_L die durchschnittliche Energie eines der erzeugten Photonen, dann ist die Gesamtzahl der erzeugten Lichtquanten

$$n_L = \frac{\varepsilon_1 W_e}{W_L} \quad (1.2.8)$$

Der Bruchteil ε_2 dieser Photonen erreicht über einen Lichtleiter die Fotokathode des Fotomultipliers, wobei der Bruchteil ε_3 dieser Photonen ein Fotoelektron erzeugt. Die Zahl n der pro einfallendem Gammaquant an der Fotokathode erzeugten Elektronen ist also

$$n = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \frac{W_e}{W_L} \quad (1.2.9)$$

Der Verstärkungsfaktor A des Fotomultipliers liegt zwischen 10^6 und 10^{10} . Für den NaJ(Tl)-Kristall gilt $\varepsilon_1 \approx 0,1$, $\varepsilon_2 \approx 0,4$, $\varepsilon_3 \approx 0,2$ und $W_L \approx 3\text{ eV}$. Für $W_e = 1\text{ MeV}$ erhält man z.B. $n = 2,7 \cdot 10^3$. Der Stromstoß durch den Widerstand R ist

$$Q = \int I dt = A \cdot n \cdot e \quad (1.2.10)$$

Der an R auftretende Spannungsstoß

$$\int U dt = R \cdot \int I dt = R \cdot A \cdot n \cdot e = R \cdot A \cdot e \cdot \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \frac{W_e}{W_L} \quad (1.2.11)$$

ist dann direkt proportional zu W_e .

Verlässt kein gestreutes Quant bei der Compton-Mehrfachstreuung den Kristall oder wird das primäre Elektron durch Fotoeffekt erzeugt, dann ist $W_\gamma = W_e$. In diesem Fall (Fotoppeak!) ist W_γ proportional zum Spannungsstoß $\int U dt = R \cdot Q$. Verlässt ein Streuquant den Kristall, dann ist $W_e < W_\gamma$ (Comptongebirge). Durch Fotoeffekt werden stark gebundene (also kernnahe) Elektronen aus dem Atom abgelöst. Das Auffüllen dieses Loches durch äußere Elektronen führt zur Aussendung von Röntgenquanten, die wiederum vom Kristall registriert werden (Linien ganz links in Abb.1.2.8). Abb.1.2.8 zeigt das

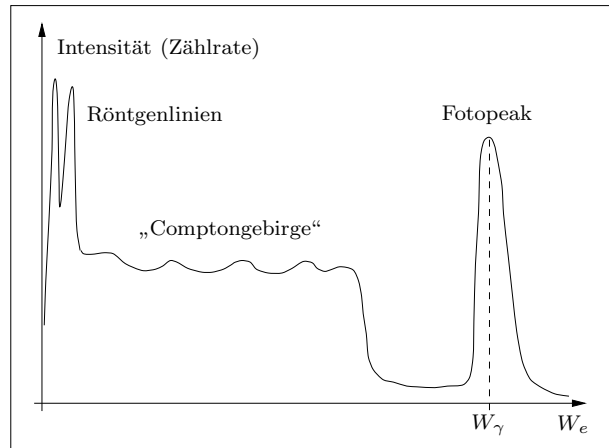


Abb.1.2.8 Energiespektrum

vom Multiplier registrierte Energiespektrum der primären Elektronen beim Einfall einer **monoenergetischen** Gammastrahlung. Ist an den Szintillationszähler nur ein einfacher Zähler angeschlossen, dann kann nur die Gesamtzahl der in den Szintillator einfallenden Teilchen gemessen werden. Zur Aufzeichnung des in Abb.1.2.8 gezeigten Energiespektrums muss statt des Zählers ein sogenannter **Vielkanalanalysator** angeschlossen werden.

1.2.8 Der Vielkanalanalysator

Der Vielkanalanalysator besteht aus einem AD-Wandler (Analog-Digital-Wandler) und einem angeschlossenen Computer mit einer geeigneten Auswertungssoftware. Das vom Verstärker gelieferte analoge Signal (Spannungsimpuls der Höhe U^*) wird vom AD-Wandler in eine ganze Zahl z zwischen 0 und $n - 1$ umgewandelt und dem Computer übermittelt. Einfachere AD-Wandler liefern 256 Werte (0 bis 255). Das Auswertprogramm reserviert die n Variablen U_0 bis U_{n-1} . Wird vom Verstärker ein Spannungsstoß der Höhe U^* mit $k \Delta U \leq U^* < (k+1) \Delta U$ geliefert, dann gibt der AD-Wandler an den Rechner die Zahl k weiter, worauf das Programm die Variable U_k um Eins erhöht.

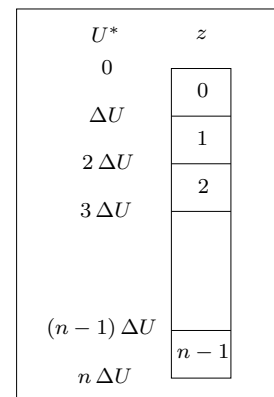


Abb.1.2.9 AD-Wandler

1.2.9 Große Detektoren

In Beschleunigerlabors findet man zum Teil hausgroße Detektoren, in denen Hochspannung führenden Drähte in zueinander senkrechten Richtungen gespannt sind. Die von einem durchfliegenden Teilchen erzeugten freien Elektronen werden von den nächstliegenden Drähten abgesaugt und erzeugen in ihnen einen Stromstoß. Diese Stromstöße werden gemeinsam mit ihrer Entstehungszeit und dem Ort des Drahtes von einem Computer aufgezeichnet, der daraus die Bahnkurve der Teilchen und ihre Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit ermittelt. Da im Detektor meistens noch ein Magnetfeld herrscht, kann aus den Bahndaten (Radius, Geschwindigkeit) auf die Art des Teilchens geschlossen werden.

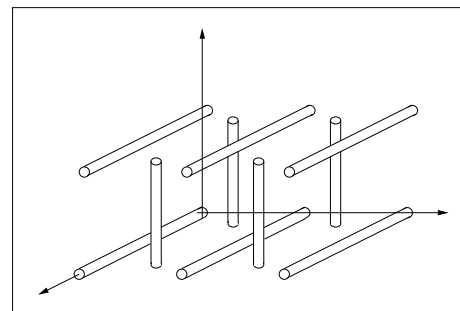


Abb.1.2.10 Gekreuzte Drähte

1.3 Zählstatistik

Ist z die Zahl der von einem Zähler während der Zähldauer Δt registrierten Teilchen, dann ist

$$n = \frac{z}{\Delta t} \quad (1.3.1)$$

die **Zählrate**. Wird die Zählrate N -mal hintereinander gemessen, dann streuen die Messwerte um den Mittelwert

$$\langle n \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N n_i = \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N z_i = \frac{\langle z \rangle}{\Delta t} \quad (1.3.2)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Ereignisse „Registrieren eines Teilchens“ unabhängig voneinander sind, gilt für die z die **Poisson-Verteilung**, d.h. die Wahrscheinlichkeit, in der Zeit Δt z Teilchen zu registrieren, ist

$$P(z) = \frac{\langle z \rangle^z}{z!} \cdot e^{-\langle z \rangle} \quad (1.3.3)$$

Für die Standardabweichung

$$\sigma = \left\langle (\langle z \rangle - z)^2 \right\rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (\langle z \rangle - z_i)^2} \quad (1.3.4)$$

gilt bei der Poisson-Verteilung

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\langle z \rangle}} \quad (1.3.5)$$

68 %	der Messwerte für z liegen im Intervall	$[\langle z \rangle - \sigma, \langle z \rangle + \sigma]$
95 %	der Messwerte für z liegen im Intervall	$[\langle z \rangle - 2\sigma, \langle z \rangle + 2\sigma]$
99 %	der Messwerte für z liegen im Intervall	$[\langle z \rangle - 3\sigma, \langle z \rangle + 3\sigma]$

Der relative Fehler bei der Messung von z ist (68 %)

$$\boxed{\delta_{68\%} = \frac{\sigma}{\langle z \rangle} = \frac{\sqrt{\langle z \rangle}}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{\langle z \rangle}}} \quad (1.3.6)$$

$\langle z \rangle$	100	10 000	1 000 000
$\delta_{68\%}$	10 %	1 %	0,1 %

Damit der relative Fehler der Messung um den Faktor Zehn kleiner wird, muss man hundertmal länger messen! 68 % der Zählraten liegen im Intervall $\langle n \rangle \pm \Delta n$ mit $\Delta n = \frac{\sqrt{\langle z \rangle}}{\Delta t}$, d.h. der relative Fehler der Zählratenmessung ist

$$\boxed{\delta_n = \frac{\Delta n}{\langle n \rangle} = \frac{1}{\sqrt{\langle z \rangle}}} \quad (1.3.7)$$

Wenn man die Zählrate eines radioaktiven Präparates messen will, muss man zunächst die Zählrate **ohne** Präparat messen (den sogenannten **Nulleffekt**, hervorgerufen durch die Höhenstrahlung, radioaktive Stoffe in der Luft usw.) und vom Messwert mit Präparat abziehen.

2 Radioaktive Strahlung

2.1 Identifizierung der radioaktiven Strahlen

Nach der Entdeckung der Röntgenstrahlen (1895) wurde intensiv nach ähnlichen Strahlen gesucht. **Bequerel** entdeckte 1896, dass von allen Uranverbindungen eine Strahlung ausgeht, die Fotoplatten schwärzt und die Leitfähigkeit der Luft vergrößert („Uranstrahlen“). **Marie und Pierre Curie** entdecken 1898 nach aufwendigen Experimenten die Elemente Polonium und Radium als Quellen radioaktiver Strahlung. **Rutherford** untersucht 1899 die Ablenkung der radioaktiven Strahlen in Magnetfeldern und teilt die Strahlung in drei Komponenten ein:

- α -Strahlung : positive Teilchen
- β -Strahlung : negative Teilchen
- γ -Strahlung : neutrale Teilchen

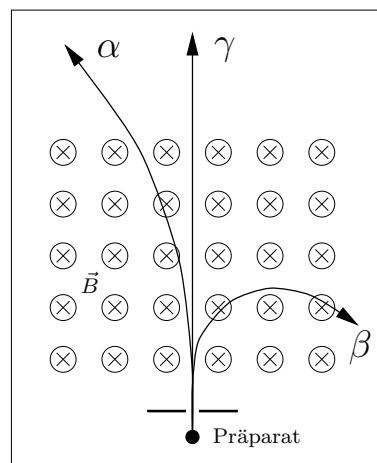


Abb.2.1.1 Strahlungsarten

Von 1901 bis 1909 bestimmten **Kaufmann** und **Bucherer** die spezifische Ladung der Teilchen der β -Strahlung und identifizierten sie als Elektronen. **Rutherford** und **Royds** wiesen 1908 nach, dass die α -Teilchen He^{++} -Ionen sind (chemischer Nachweis). In späteren Arbeiten wurde die γ -Strahlung als energiereiche elektromagnetische Strahlung identifiziert (direkte Messung der Geschwindigkeit, Fotoeffekt, Comptoneffekt).

- α -Strahlung : ${}^4\text{He}$ -Kerne (α -Teilchen), $q = 2e$, $m \approx 4u$
- β -Strahlung : Elektronen
- γ -Strahlung : Photonen

Methoden zur Energiemessung an radioaktiven Strahlen:

- Ablenkung im Magnetfeld : für α - und β -Strahlung
- Halbleiterzähler : für α -, β - und γ -Strahlung
- Proportionalzähler : für α -, β - und γ -Strahlung
- Szintillationszähler : für β - und γ -Strahlung

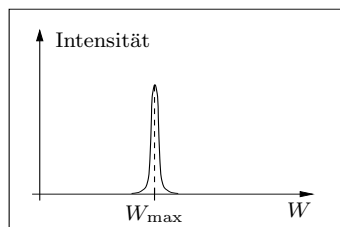


Abb.2.1.2 α -Spektrum

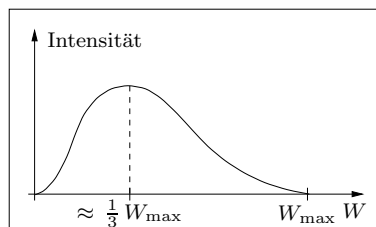


Abb.2.1.3 β -Spektrum

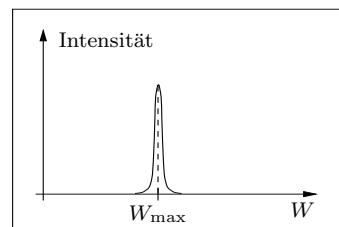


Abb.2.1.4 γ -Spektrum

Energiemessungen an radioaktiven Strahlen zeigen, dass die α - und γ -Energien diskret sind, die Elektronenenergien der β -Strahlung eines radioaktiven Elementes aber kontinuierlich zwischen Null und einer Maximalenergie W_{max} verteilt sind.

2.2 Durchgang von Strahlung durch Materie

2.2.1 γ -Strahlung

In guter Näherung gilt für die Intensität I von γ -Strahlung beim Durchgang durch Materie das **Lambert'sche Gesetz**

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha x} \quad (2.2.1)$$

Die **Halbwertsdicke** $d_{\frac{1}{2}}$ ist definiert durch

$$I\left(d_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} \cdot I_0, \quad (2.2.2)$$

woraus

$$d_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\alpha} \quad (2.2.3)$$

folgt.

2.2.2 Geladene Teilchen

Für das **Bremsvermögen**

$$B = -\frac{dW}{dx} = \text{Energieverlust pro Wegstrecke} \quad (2.2.4)$$

(dW ist negativ!) von Teilchen der Ladung $q = ze$ und der Geschwindigkeit $v = \beta c$ in einem Material mit der Atomdichte N (Zahl der Atome pro Volumen) und der Ordnungszahl Z gaben **Bethe** (1930) und **Bloch** (1933) folgende Formel an:

$$B = -\frac{dW}{dx} = N Z \cdot \frac{z^2 e^4}{4 \pi \varepsilon_0^2 m v^2} \cdot \left[\ln \frac{2 m v^2}{W_I (1 - \beta^2)} - \beta^2 \right] \quad (2.2.5)$$

Dabei ist W_I die mittlere Ionisierungsenergie pro Atom ($W_I \approx 11,5 \text{ eV} \cdot Z$) und m die Ruhmasse des Elektrons (die Teilchenmasse geht in die Formel nicht ein). (2.2.5) gilt nur für schwere Teilchen wie Protonen oder α -Teilchen. Für Elektronen liegen die Verhältnisse viel komplizierter, unter anderem wegen der auftretenden Bremsstrahlung. Für verschiedene Energiebereiche gibt es bei Elektronen verschiedene Formeln. Die Abbildungen 2.2.1 bis 2.2.3 zeigen Beispiele für die Energieabhängigkeit des Bremsvermögens.

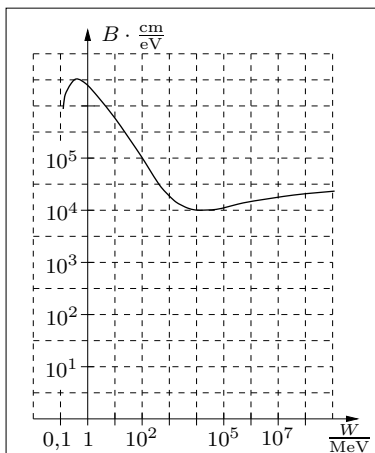


Abb.2.2.1 α -Teilchen in Luft

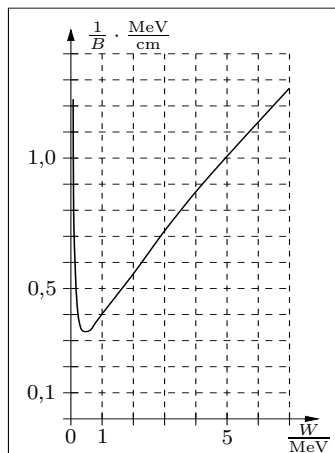


Abb.2.2.2 α -Teilchen in Luft

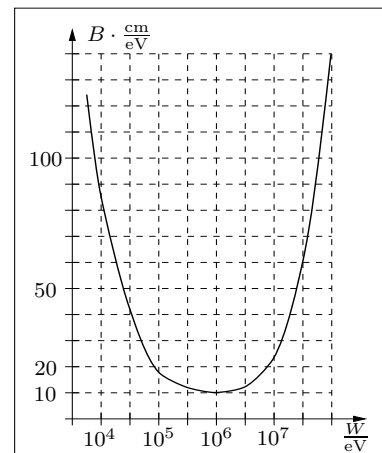


Abb.2.2.3 Elektronen in Blei

2 Radioaktive Strahlung

Elektronen verlieren ihre Energie durch Ionisation (B_I) und durch Bremsstrahlung (B_S):

$$B = B_I + B_S \quad (2.2.6)$$

Für kleine Energien ($W < 1 \text{ MeV}$) überwiegt B_I , für große Energien ($W > 1 \text{ MeV}$) überwiegt B_S . Die Überlagerung der beiden Effekte ergibt den in Abb.2.2.3 gezeichneten Verlauf von B .

Eine unangenehme Begleiterscheinung beim Abschirmen von Elektronenstrahlen ist die bei hohen Elektronenenergien ebenfalls sehr energiereiche und durchdringungsfähige Bremsstrahlung (γ -Strahlung). Da der Wirkungsquerschnitt für das Auftreten der Bremsstrahlung proportional zu Z^2 (Kernladungszahl des bremsenden Stoffes) ist, werden β -Strahlen zunächst mit Stoffen niedriger Kernladungszahl (Kunststoffe) abgebremst. Die noch verbleibenden energiearmen Elektronen und die trotzdem noch vorhandene Bremsstrahlung werden durch einen Bleimantel abgeschirmt. Abb.2.2.5 zeigt die Bahnkurven der verschiedenen Teilchensorten beim Durchgang durch Materie, in Abb.2.2.6 ist die noch vorhandene Teilchenzahl N in Abhängigkeit von der Eindringtiefe x dargestellt. Bei schweren Teilchen und

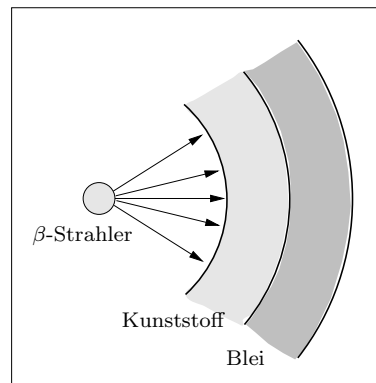


Abb.2.2.4 β -Abschirmung

bei Gammaquanten ist x ungefähr gleich der Bahnlänge, bei Elektronen gibt es wegen der starken Richtungsänderungen zu ein und derselben Bahnlänge (und damit auch zu ein und derselben Restenergie) eine breite Streuung der Eindringtiefe. Die **Reichweite** R (Eindringtiefe zur Restenergie Null) ist also bei **monoenergetischen** Elektronen nicht scharf definiert. Für die natürliche β -Strahlung mit ihrem **kontinuierlichen** Energiespektrum (siehe Abb.2.1.3) gilt zufälligerweise durch Überlagerung komplizierter Effekte das Lambert'sche Gesetz (2.2.1) mit

$$\frac{\alpha}{\rho} \approx 1,7 \cdot \left(\frac{W_{\max}}{\text{MeV}} \right)^{-1,14} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \quad (2.2.7)$$

(2.2.7) gilt nur für $W_{\max} \gtrsim 0,5 \text{ MeV}$, ρ ist die Dichte des Absorbermaterials.

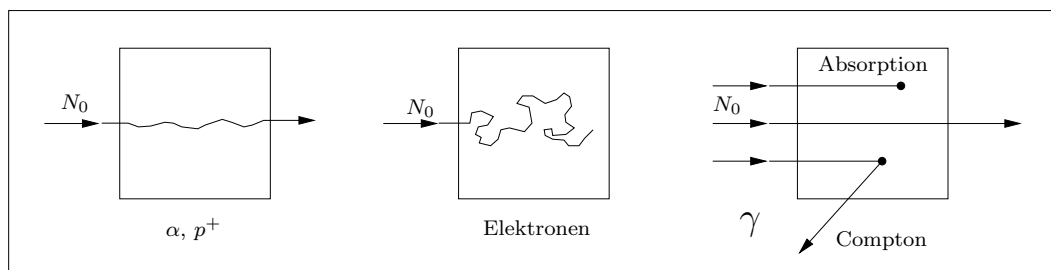


Abb.2.2.5 Teilchenbahnen in Materie

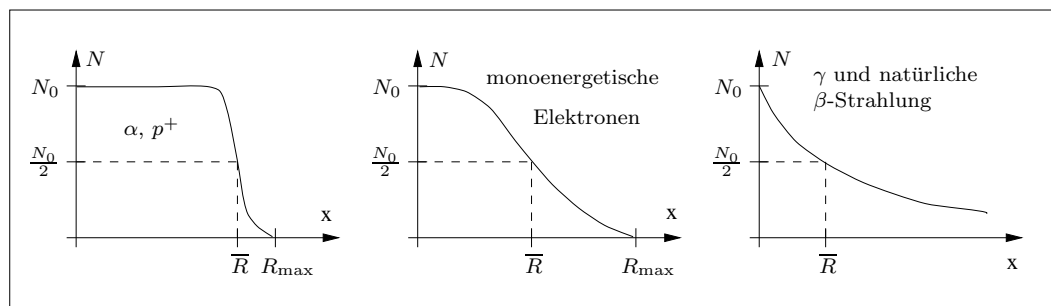


Abb.2.2.6 Reichweite radioaktiver Strahlung in Materie

Aus

$$B(W) = -\frac{dW}{dx} \quad (2.2.8)$$

folgt

$$dx = -\frac{dW}{B(W)} \quad (2.2.9)$$

und damit erhält man für die Reichweite

$$R = -\int_W^0 \frac{dW}{B(W)} = \int_0^W \frac{dW}{B(W)} \quad (2.2.10)$$

2.3 Biologische Strahlenwirkungen - Dosimetrie

Wenn ein radioaktiver Kern ein Teilchen aussendet, bleibt ein anderer Kern zurück, der Kern **zerfällt** (Genauerer in den nächsten Kapiteln). Mit dn bezeichnen wir die Zahl der Kerne eines radioaktiven Präparats, die in der Zeit dt zerfallen. Die Stärke der radioaktiven Quelle wird durch die **Aktivität** A gemessen:

$$A = \frac{dn}{dt} \quad , \quad [A] = 1 \text{ Bq} = 1 \text{ Becquerel} = \frac{1 \text{ [Zerfall]}}{\text{s}} \quad (2.3.1)$$

Eine alte Einheit ist die Aktivität von 1 g Radium:

$$1 \text{ Ci} = 1 \text{ Curie} = 3,7 \cdot 10^{10} \frac{\text{[Zerfälle]}}{\text{s}} \quad (2.3.2)$$

Die Stärke einer radioaktiven Strahlung an einem bestimmten Ort ist unter anderem durch die von der Strahlung in Luft erzeugte Ionisationsladung gegeben. Ist dQ die in Luft der Masse dm erzeugte Ionisationsladung, dann nennt man

$$J = \frac{dQ}{dm} \quad \text{mit} \quad [J] = 1 \frac{\text{A s}}{\text{kg}} \quad (2.3.3)$$

die **Ionendosis**. Eine alte Einheit für die Ionendosis (beruhend auf einer alten Ladungseinheit) ist

$$1 \text{ Röntgen} = 2,56 \cdot 10^{-4} \frac{\text{A s}}{\text{kg}} \quad (2.3.4)$$

Die **Ionendosisleistung** ist definiert durch

$$j = \frac{dJ}{dt} \quad (2.3.5)$$

Die Wirkung von einer radioaktiven Strahlung auf ein Stück Materie wird beschrieben durch die Energie dW , die von der Masse dm absorbiert wird. Man nennt

$$D = \frac{dW}{dm} \quad \text{mit} \quad [D] = 1 \text{ Gy} = 1 \text{ Gray} = 100 \text{ rad} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad (2.3.6)$$

die **Energiedosis**. Da verschiedene Stoffe radioaktive Strahlung verschieden stark absorbieren, ist die Energiedosis nicht nur von der Art und der Energie der Strahlung, sondern auch vom Absorbermaterial abhängig. Um die Wirkung von radioaktiver Strahlung auf den Menschen beschreiben zu können, wird der Begriff der **Äquivalentdosis** eingeführt:

Ruft eine Strahlung beim Menschen die gleichen Schäden hervor wie

$$1 \text{ Gy} = 100 \text{ rad} \quad \gamma\text{-Strahlung mit } hf = 1 \text{ MeV},$$

dann hat diese Strahlung die **Äquivalentdosis**

$$H = 1 \text{ Sv} = 1 \text{ Sievert} = 100 \text{ rem}$$

(2.3.7)

2 Radioaktive Strahlung

„rem“ ist die Abkürzung für „röntgen equivalent man“. Für eine bestimmte Strahlenart ist die Äquivalentdosis proportional zur Energiedosis:

$$H = q \cdot D \quad \text{mit} \quad [q] = 1 \frac{\text{Sv}}{\text{Gy}} = 1 \frac{\text{rem}}{\text{rad}} \quad (2.3.8)$$

Der Proportionalitätsfaktor q heißt RBE (**R**elative **B**iological **E**ffectivness).

Es ist zu beachten, dass die gleiche Dosis, in kürzerer Zeit aufgenommen, gefährlicher ist, da die Reparaturmechanismen des Körpers dann weniger Zeit haben, die Schäden zu beheben.

Die größten Schäden bei gleicher Aktivität richten α -Strahler an, die durch Nahrungsaufnahme oder Atmung in den Körper gelangen (**Inkorporation**). Wegen ihrer geringen Reichweite geben die α -Teilchen nämlich ihre ganze Energie auf kurzer Strecke innerhalb des Körpers ab.

Strahlung	RBE	Belastungsart (BRD)	offiziell	nach Tschernobyl
γ bis 3 MeV	1	natürliche Belastung	110 $\frac{\text{mrem}}{\text{a}}$	$\approx 100\,000 \frac{\text{mrem}}{\text{a}}$
β	1	Röntgen-Diagnostik	50 $\frac{\text{mrem}}{\text{a}}$	
α	20	Nähe Kernkraftwerk	1 $\frac{\text{mrem}}{\text{a}}$	
p^+	10	Kernwaffenversuche	8 $\frac{\text{mrem}}{\text{a}}$	
n (langsam)	2	durchschnittl. Belastung		
n (schnell)	20	durch Kernkraftwerke	0,001 $\frac{\text{mrem}}{\text{a}}$	bis 100 $\frac{\text{mrem}}{\text{a}}$

Die Strahlenschutzverordnung von 1977 erlaubt, zusätzlich zur natürlichen Belastung:

5 $\frac{\text{rem}}{\text{a}}$	(beruflich bedingt)
30 $\frac{\text{mrem}}{\text{a}}$	(allgemein)

Wirkungen einer kurzzeitigen, einmaligen Belastung:

bis 0,25 Sv	: keine Behandlung erforderlich (aber Folgeschäden! Krebs!)
bis 1 Sv	: leichte Strahlenkrankheit, selten Tote (außer durch Folgeschäden!)
bis 4 Sv	: Erbrechen, Haarausfall, innere Blutungen (50% Todesfälle)
ab 7 Sv	: fast sicher tödlich!

Die Wirkungen schwacher Dosen sind noch wenig erforscht und die Resultate stark umstritten. Die geschätzte Zahl von Krebstoten pro 10^6 Personen nach einer Ganzkörperdosis von 1 rem schwankt, je nach Autor, zwischen 200 und 3700 (Sterbewahrscheinlichkeit: 0,0002 bis 0,0037). Bei einer mittleren Dosis von 200 mrem für die nächsten 50 Jahre, bedingt durch den Unfall in Tschernobyl, erhält man für die 80 Millionen Bundesbürger zwischen 3200 und 59200 Krebstote!! Eine Person, die 30 Jahre lang der gesetzlich noch zulässigen Jahresdosis von 5 rem ausgesetzt ist, hat eine berufsbedingte Sterbewahrscheinlichkeit („Strahlenkrebs“) zwischen 0,03 und 0,55. Zum Vergleich: Die „natürliche“ Krebssterblichkeit liegt bei 0,22.

3 Statistische Beschreibung des radioaktiven Zerfalls

3.1 Systematik des Kernaufbaus

Eine genaue Bestimmung aller Atommassen mit einem Massenspektrometer ergibt:

- Die Masse m eines Atoms ist ungefähr ein ganzzahliges Vielfaches der atomaren Masseneinheit: $m \approx A \cdot u$
- Es gibt chemisch gleichartige Atome (gleiche Ordnungszahl bzw. Kernladung Z) mit verschiedenen Massen (**Isotope**).
- Es gibt chemisch verschiedene Atome mit gleichen Massen (**Isobare**).

Diese Versuchsergebnisse werden mit folgender Modellvorstellung erklärt:

Der Atomkern besteht aus **Protonen** (p) ($q = +e, m \approx u$) und **Neutronen** (n) ($q = 0, m \approx u$).

Das Neutron wurde 1932 von **Chadwick** entdeckt (wegen der Unschärferelation gibt es keine Kernelektronen).

Protonen und Neutronen nennt man auch **Nukleonen** (Kernteilchen).

Wegen $m_p \approx m_n \approx u$ ist die **Nukleonenzahl** (Massenzahl) A fast gleich der **relativen Atommasse** A_r . Für die Atommasse m gilt also

$$m \approx A \cdot u \quad , \quad m = A_r \cdot u \tag{3.1.1}$$

$$\text{Kernladung:} \quad Q = Z \cdot e \tag{3.1.2}$$

$$\text{Neutronenzahl:} \quad N = A - Z \tag{3.1.3}$$

Mit dem chemischen Symbol X gibt es folgende Schreibweisen für Atome mit der Ordnungszahl Z und der Nukleonenzahl A :

$$\begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} X = {}^A X = X A \tag{3.1.4}$$

Beispiel: ${}^4_2\text{He} = {}^4\text{He} = \text{He } 4$ (α -Teilchen)

Die schweren Isotope des Wasserstoffs haben eigene Namen:

Deuterium: ${}^2_1\text{H}$

Tritium: ${}^3_1\text{H}$

Nach einem Vorschlag von **E. Segrè** stellt man die bekannten Kerne wie in Abb.3.1.1 in einer **Nuklidkarte** übersichtlich dar. Kerne mit gleicher Neutronenzahl N heißen **Isotone**.

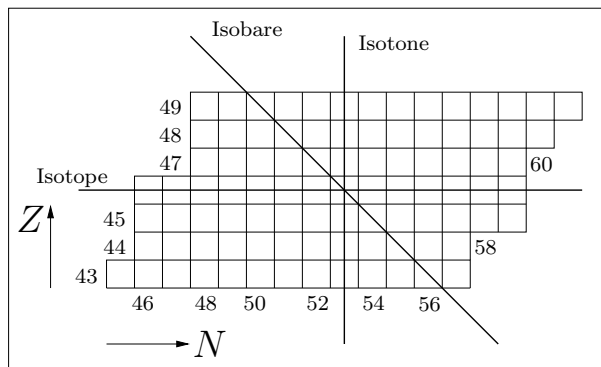


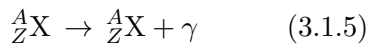
Abb.3.1.1 Nuklidkarte

3 Statistische Beschreibung des radioaktiven Zerfalls

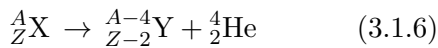
	Elektron	Positron	Proton	Antiproton	Neutron	Antineutron
Zeichen	e^-	e^+	p oder p^+	\bar{p} oder \bar{p}^-	n	\bar{n}
Ladung	$-e$	$+e$	$+e$	$-e$	0	0
Masse	m_e	m_e	1,007276470 u	m_p	1,008664904 u	m_n

Genauer zum Unterschied zwischen Neutron und Antineutron folgt später.

Beim Gammazerfall bleibt die Art des Kerns erhalten, d.h. er wechselt nur von einem höheren in einen niedrigeren Energiezustand:



Der Tochterkern beim α -Zerfall ist in der Nuklidkarte um zwei nach links und nach unten verschoben:



$$N_{\text{Tochter}} = A - 4 - (Z - 2) = N - 2$$

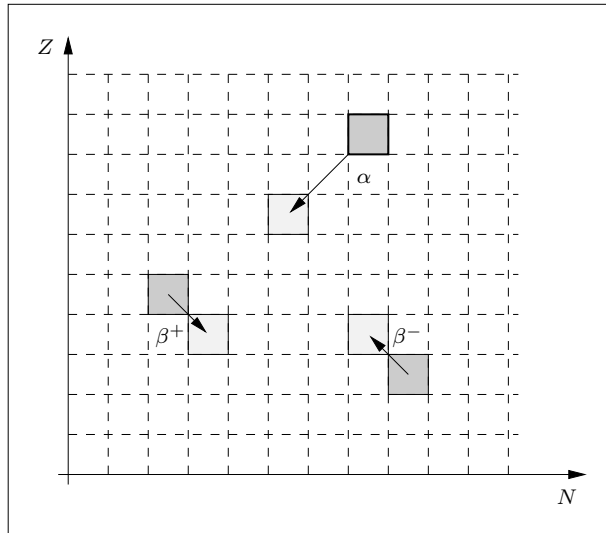
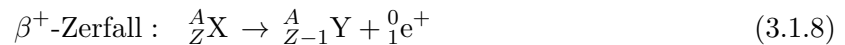
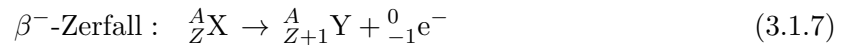


Abb.3.1.2 „Verschiebungssätze“

Neben dem β -Zerfall (auch β^- -Zerfall) gibt es auch einen β^+ -Zerfall, bei dem der Kern ein Positron aussendet:



Im Wesentlichen gibt es drei **natürliche Zerfallsreihen**, die mit den Elementen ${}^{238}\text{U}$, ${}^{235}\text{U}$ und ${}^{232}\text{Th}$ beginnen und alle in einem stabilen Bleisotop enden. Als Beispiel betrachten wir die **Uran-Radium-Reihe** (siehe Abb.3.1.3 und die nachfolgende Tabelle).

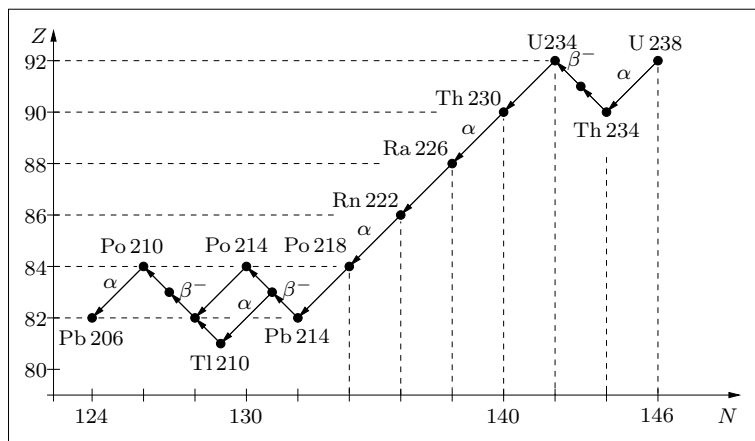


Abb.3.1.3 Uran-Radium-Reihe

${}^{238}_{92}\text{U}$	Zerfallsart	Halbwertszeit
	α	$4,468 \cdot 10^9 \text{ a}$
${}^{234}_{90}\text{Th}$	β^-	24,10 d
${}^{234}_{91}\text{Pa}$	β^-	6,7 h
${}^{234}_{92}\text{U}$	α	$2,446 \cdot 10^5 \text{ a}$
${}^{230}_{90}\text{Th}$	α	$7,54 \cdot 10^4 \text{ a}$
${}^{226}_{88}\text{Ra}$	α	1600 a
${}^{222}_{86}\text{Rn}$	α	3,825 d
${}^{218}_{84}\text{Po}$	α	3,05 min
${}^{214}_{82}\text{Pb}$	β^-	26,8 min
${}^{214}_{83}\text{Bi}$	β^-	19,9 min
${}^{214}_{84}\text{Po}$	α	$164 \mu\text{s}$
${}^{210}_{82}\text{Pb}$	β^-	22,3 a
${}^{210}_{83}\text{Bi}$	β^-	5,013 d
${}^{210}_{84}\text{Po}$	α	138,38 d
${}^{206}_{82}\text{Pb}$		

3.2 Das Zerfallsgesetz

Wenn ein radioaktiver Kern ein α - oder β -Teilchen aussendet, dann spricht man vom **radioaktiven Zerfall**. Der beim Zerfall zurückbleibende **Tochterkern** entsteht meist in einem angeregten Zustand und sendet daher noch ein oder mehrere γ -Quanten aus.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kern in der Zeitspanne Δt zerfällt, ist für sehr kleine Δt ungefähr proportional zu Δt :

$$p = P(\Delta t) \approx \lambda \cdot \Delta t \quad (3.2.1)$$

mit der **Zerfallskonstanten** λ . Diese Proportionalität gilt umso genauer, je kleiner Δt gewählt wird. p ist **nicht** von der Zeit abhängig, die der Kern schon existiert, d.h. zwei Kerne der gleichen Sorte, von denen einer eine Sekunde und der andere eine Million Jahre alt ist, haben die gleiche Zerfallswahrscheinlichkeit:

Radioaktive Kerne altern nicht!

Wir betrachten jetzt N gleichartige radioaktive Kerne zur Zeit t . Zur Zeit $t + \Delta t$ sind noch

$$N(t + \Delta t) = N(t) + \Delta N \quad (3.2.2)$$

Kerne der ursprünglichen Art vorhanden. Da $N(t + \Delta t) \leq N(t)$ gilt, ist $\Delta N \leq 0$. Die Zahl der Kerne, die in der Zeitspanne Δt zerfallen, ist also $|\Delta N| = -\Delta N$. Da die Kerne vollkommen zufällig zerfallen, kann $|\Delta N|$ selbst nicht berechnet werden, wohl aber der Erwartungswert von

3 Statistische Beschreibung des radioaktiven Zerfalls

$|\Delta N|$. Der Zerfall eines Kernes wird vom Zerfall der anderen Kerne nicht beeinflusst, d.h. die einzelnen Zerfälle sind stochastisch unabhängig. Der Zerfall eines Kernes ist somit als Bernoulliexperiment mit der Trefferwahrscheinlichkeit p beschreibbar, die Beschreibung des Zerfalls von N Kernen gelingt dann mit einer Bernoullikette der Länge N . Die Wahrscheinlichkeit, dass von N Kernen in der Zeitspanne Δt genau $n = |\Delta N|$ Kerne zerfallen, ist

$$P(n) = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad \text{mit} \quad p \approx \lambda \cdot \Delta t \quad (3.2.3)$$

Der Erwartungswert von n (Mittelwert aus vielen Messungen) ist

$$\langle n \rangle = \langle |\Delta N| \rangle = N \cdot p \approx N \cdot \lambda \cdot \Delta t \quad (3.2.4)$$

mit der Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{N p (1-p)} \quad (3.2.5)$$

Für kleine Δt ist wegen (3.2.1) auch $p \ll 1$ und damit $1-p \approx 1$, d.h.

$$\sigma \approx \sqrt{N p} = \sqrt{\langle |\Delta N| \rangle} \quad (3.2.6)$$

Für ein sehr großes N und kleines Δt ($p \ll 1$, aber $|\Delta N| \gg 1$) ist der relative Fehler der Messung von $|\Delta N|$

$$\delta_{\text{rel}} = \frac{\sigma}{|\Delta N|} \approx \frac{1}{\sqrt{|\Delta N|}} \quad (3.2.7)$$

sehr klein und die statistischen Schwankungen sind vernachlässigbar, d.h. wir setzen einfach $|\langle \Delta N \rangle| = |\Delta N|$. Damit folgt aus (3.2.4)

$$\Delta N = -\lambda \cdot N \cdot \Delta t \quad (3.2.8)$$

bzw.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda \cdot N \quad (3.2.9)$$

Im Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$ erhalten wir daraus die Differentialgleichung des Zerfalls:

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N} \quad (3.2.10)$$

Zur Lösung dieser Gleichung formen wir um (**Trennung der Variablen**)

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (3.2.11)$$

und integrieren beide Seiten

$$\ln N = -\lambda t + C' \quad (3.2.12)$$

woraus

$$N(t) = e^{-\lambda t + C'} = e^{C'} \cdot e^{-\lambda t} = C \cdot e^{-\lambda t} \quad (3.2.13)$$

folgt. Die Integrationskonstante C bestimmen wir aus der Anfangsbedingung

$$N(0) = C \cdot e^0 = N_0 \quad (3.2.14)$$

zu $C = N_0$. Das **Zerfallsgesetz** lautet also endgültig

$$\boxed{N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}} \quad (3.2.15)$$

3 Statistische Beschreibung des radioaktiven Zerfalls

Strenggenommen ist das Zerfallsgesetz eine Gleichung für den Mittelwert von N , die aber für große N ausgezeichnet mit der Realität übereinstimmt. Für kleine N machen sich die statistischen Schwankungen bemerkbar (siehe Abb.3.2.1).

Für die durch

$$N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} \cdot N_0 \quad (3.2.16)$$

definierte **Halbwertszeit** $t_{\frac{1}{2}}$ erhält man aus (3.2.15)

$$\boxed{t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}} \quad (3.2.17)$$

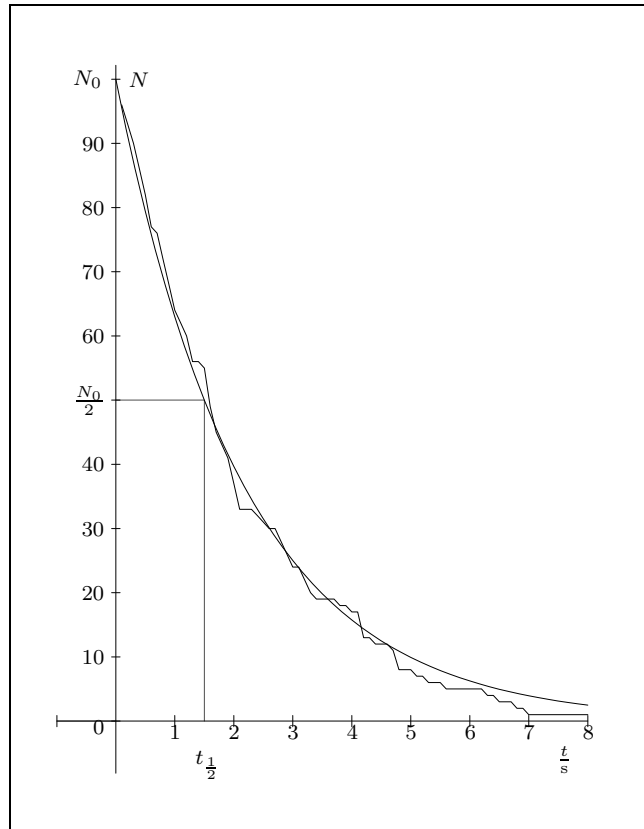


Abb.3.2.1 Ideales und reales $N(t)$

Die **Aktivität** A einer radioaktiven Probe ist die Zahl der Zerfälle pro Zeit. Aus (3.2.10) folgt

$$\boxed{A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = -\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N(t)} \quad (3.2.18)$$

Mit $A_0 = \lambda \cdot N_0$ folgt aus (3.2.15)

$$\boxed{A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}} \quad (3.2.19)$$

Die Einheit der Aktivität A ist das schon bekannte

$$1 \text{ Bequerel} = 1 \text{ Bq} = 1 \frac{1}{\text{s}} \quad (3.2.20)$$

$|\Delta N|$ ist die Zahl der Zerfälle im Zeitintervall $[t, t + \Delta t]$. Aus (3.2.10), (3.2.18) oder direkt aus (3.2.8) folgt für kleine Δt die Näherung

$$\boxed{|\Delta N| \approx N(t) \cdot \lambda \cdot \Delta t \quad \text{für} \quad \Delta t \ll t_{\frac{1}{2}}} \quad (3.2.21)$$

Der exakte Wert für ΔN berechnet sich wie folgt aus (3.2.15)

$$\begin{aligned} |\Delta N| &= N(t) - N(t + \Delta t) = N_0 \cdot \left(e^{-\lambda t} - e^{-\lambda(t+\Delta t)} \right) = \\ &= N_0 \cdot e^{-\lambda t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda \Delta t} \right) = N(t) \cdot \left(1 - e^{-\lambda \Delta t} \right) \end{aligned} \quad (3.2.22)$$

$$\boxed{|\Delta N| = N(t) \cdot \left(1 - e^{-\lambda \Delta t} \right)} \quad (3.2.23)$$

Aus (3.2.22) folgt

$$\boxed{N(t + \Delta t) = N(t) \cdot e^{-\lambda \Delta t}} \quad (3.2.24)$$

oder in anderer Form

$$N(t) = N(t_1) \cdot e^{-\lambda(t-t_1)} \quad (3.2.25)$$

Die Wahrscheinlichkeit p , dass ein Kern im Zeitintervall $[t, t + \Delta t]$ zerfällt, ist nach (3.2.1) ungefähr $\lambda \cdot \Delta t$. Wir können jetzt wegen (3.2.23) den exakten Wert angeben:

$$p = P(\Delta t) = \frac{|\Delta N|}{N} = 1 - e^{-\lambda \Delta t} \quad (3.2.26)$$

Als Beispiel betrachten wir 1 kg ^{235}U mit $t_{\frac{1}{2}} = 4,51 \cdot 10^9 \text{ a} = 1,42 \cdot 10^{17} \text{ s}$. Mit

$$N = \frac{1 \text{ kg}}{238 u} = 2,53 \cdot 10^{24} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} = 4,87 \cdot 10^{-18} \frac{1}{\text{s}}$$

folgt für $\Delta t = 1 \text{ s}$ mit der Näherung (3.2.21): $|\Delta N| \approx \lambda \cdot N \cdot \Delta t = 1,23 \cdot 10^7$.

Die exakte Formel (3.2.23) liefert wegen der Ungenauigkeit des Taschenrechners den Wert $|\Delta N| = 0$!! Wieder ein Beispiel für die Wichtigkeit der linearen Näherung!

3.3 Das radioaktive Gleichgewicht

Wir betrachten einen zweistufigen Zerfall mit dem **Mutterelement** A, dem radioaktiven **Tochterelement** B von A und dem stabilen Tochterelement C von B:



mit

$$N_A(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda_A t} \quad (3.3.2)$$

Bezeichnen wir mit $-dN_A$ die Zahl der Kerne des Elements A und mit $-dN_B^*$ die

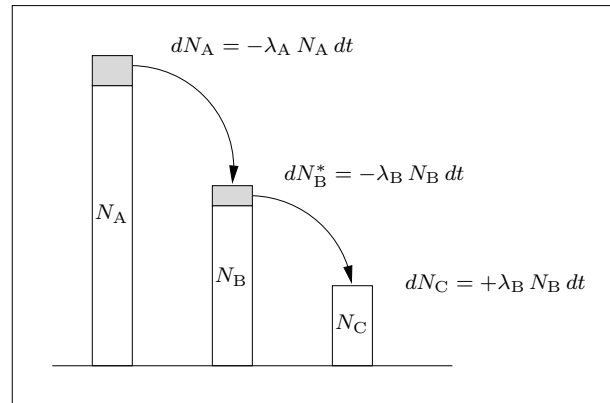


Abb.3.3.1 Zweistufiger Zerfall

Zahl der Kerne des Elements B, die in der Zeit dt zerfallen, dann ist die Änderung der Kerne von B in der Zeit dt

$$dN_B = -dN_A + dN_B^* = \lambda_A N_A dt - \lambda_B N_B dt \quad (3.3.3)$$

$$\frac{dN_B}{dt} = \dot{N}_B = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B \quad (3.3.4)$$

Mit (3.3.2) folgt

$$\dot{N}_B + \lambda_B N_B = \lambda_A N_0 \cdot e^{-\lambda_A t} \quad (3.3.5)$$

Die Lösung von (3.3.5) ist, wie man leicht durch Einsetzen bestätigt (Aufgabe!)

$$N_B(t) = N_0 \cdot \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t} \right) \quad (3.3.6)$$

Wir betrachten jetzt einige Spezialfälle:

(a) $t_{\frac{1}{2},A} < t_{\frac{1}{2},B}$ ($\lambda_A > \lambda_B$):

$$\begin{aligned} N_B(t) &= N_0 \cdot \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot e^{-\lambda_B t} \cdot \left(e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} - 1 \right) = \\ &= N_0 \cdot \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} \cdot \left(1 - e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} \right) \cdot e^{-\lambda_B t} \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

3 Statistische Beschreibung des radioaktiven Zerfalls

Wegen $\lambda_A > \lambda_B$ ist $\lambda_A - \lambda_B > 0$ und es gilt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t} = 0 \quad (3.3.8)$$

Aus (3.3.7) und (3.3.8) folgt

$$N_B(t) \approx N_0 \cdot \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} \cdot e^{-\lambda_B t} \quad \text{für } t > t_E \text{ (Einstellzeit)} \quad (3.3.9)$$

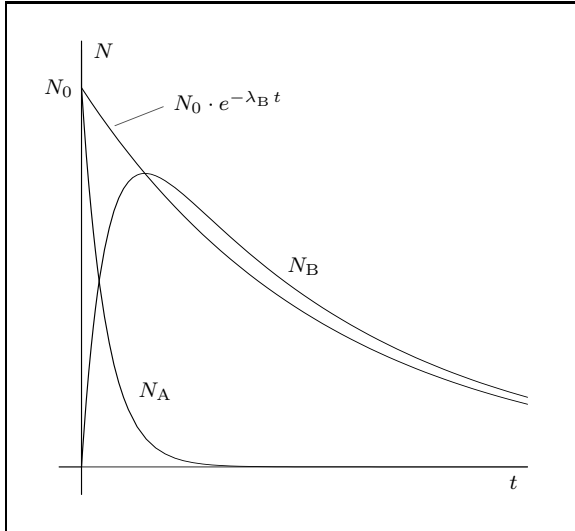


Abb.3.3.2 Zahl der Kerne für $\lambda_A \gg \lambda_B$

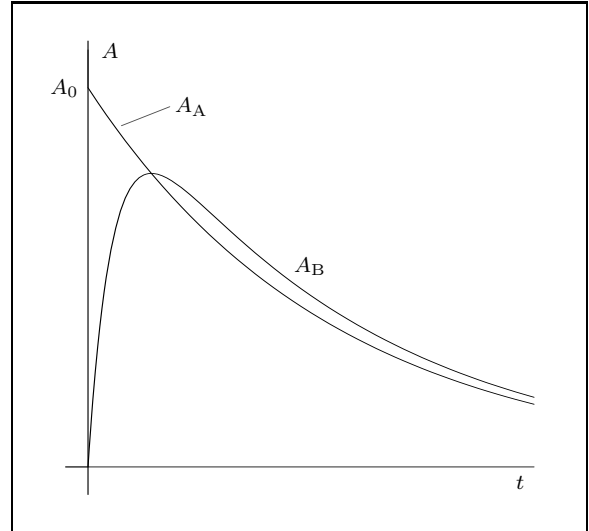


Abb.3.3.3 Aktivität für $\lambda_A \ll \lambda_B$

Für $\lambda_A \gg \lambda_B$ gilt $\frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} \approx 1$ und damit

$$N_B(t) \approx N_0 \cdot e^{-\lambda_B t} \quad \text{für } \lambda_A \gg \lambda_B \quad \text{und } t > t_E \quad (3.3.10)$$

(b) $t_{\frac{1}{2},A} > t_{\frac{1}{2},B}$ ($\lambda_A < \lambda_B$):

$$\begin{aligned} N_B(t) &= N_0 \cdot \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot e^{-\lambda_A t} \cdot \left(1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}\right) \approx \\ &\approx N_0 \cdot \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot e^{-\lambda_A t} \quad \text{für } t > t_E \end{aligned} \quad (3.3.11)$$

Aus (3.3.2) und (3.3.11) folgt

$$N_B(t) \approx \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot N_A(t) \quad \text{für } \lambda_A < \lambda_B \quad \text{und } t > t_E \quad (3.3.12)$$

Für die **Mutteraktivität** $A_A = \lambda_A N_A$ und die **Tochteraktivität** $A_B = \lambda_B N_B$ gilt dann

$$A_B(t) \approx \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot A_A(t) \quad \text{für } \lambda_A < \lambda_B \quad \text{und } t > t_E \quad (3.3.13)$$

Für $\lambda_A \ll \lambda_B$ gilt $\frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \approx \frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ und $\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \approx 1$ und damit

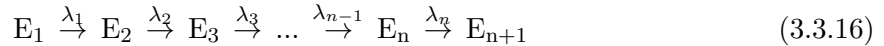
$$N_B(t) \approx \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \cdot N_A(t) \quad \text{für } \lambda_A \ll \lambda_B \quad \text{und } t > t_E \quad (3.3.14)$$

3 Statistische Beschreibung des radioaktiven Zerfalls

und

$$\boxed{A_B(t) \approx A_A(t)} \quad \text{für } \lambda_A \ll \lambda_B \quad \text{und } t > t_E \quad (3.3.15)$$

Wir betrachten jetzt eine **Zerfallsreihe**



Nach einer hinreichend großen Zeit hat das erste Element der Reihe die größte Halbwertszeit (das kleinste λ), weil alle Elemente, die davor in der Reihe stehen, dann bereits zerfallen sind. Es gilt also

$$\lambda_1 < \lambda_k \quad \text{für alle } k \in \{2, 3, \dots, n\} \quad (3.3.17)$$

Aus (3.3.13) folgt

$$\begin{aligned} A_2 &\approx \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot A_1 = \alpha_2 \cdot A_1 = \alpha_2 \cdot N_0 \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} \\ A_3 &\approx \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} \cdot A_2 = \alpha_3 \cdot A_2 = \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot N_0 \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} \\ A_4 &\approx \frac{\lambda_4}{\lambda_4 - \lambda_1} \cdot A_3 = \alpha_4 \cdot A_3 = \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot N_0 \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} \end{aligned}$$

d.h. jedes Element der Reihe zerfällt nach einer gewissen Einstellzeit mit der gleichen effektiven Zerfallskonstante λ_1 bzw. mit der gleichen effektiven Halbwertszeit $t_{\frac{1}{2},1}$. Für das k -te Element der Reihe gilt also nach einer hinreichend großen Zeit

$$\boxed{A_k(t) \approx \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \dots \cdot \alpha_k \cdot A_1(t)} \quad (3.3.18)$$

mit

$$\boxed{\alpha_k = \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_1} = \frac{t_{\frac{1}{2},1}}{t_{\frac{1}{2},1} - t_{\frac{1}{2},k}}} \quad (3.3.19)$$

Gilt nicht nur $\lambda_1 < \lambda_k$, sondern sogar $\lambda_1 \ll \lambda_k$, dann folgt

$$\alpha_k = \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_1} \approx 1 \quad (3.3.20)$$

und die Reihe befindet sich im **radioaktiven Gleichgewicht**:

$$\boxed{A_1 \approx A_2 \approx A_3 \approx \dots \approx A_n} \quad (3.3.21)$$

Für die natürliche Uran-Radium-Reihe ist $t_{\frac{1}{2},1} = 4,468 \cdot 10^9$ a und die nächstgrößten Halbwertszeiten sind $t_{\frac{1}{2},4} = 2,446 \cdot 10^5$ a, $t_{\frac{1}{2},5} = 7,54 \cdot 10^4$ a und $t_{\frac{1}{2},6} = 1600$ a, die anderen sind verschwindend klein. Es folgt

$$\alpha_4 = 1,0000545 \quad \alpha_5 = 1,0000168 \quad \alpha_6 = 1,0000004 \quad (3.3.22)$$

Das letzte aktive Element der Reihe (^{210}Po) hat dann im Gleichgewicht die Aktivität

$$A_{14} \approx \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \dots \cdot \alpha_{14} \cdot A_1 \approx \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 \cdot A_1 = 1,0000717 \cdot A_1 \quad (3.3.23)$$

3.4 Radioaktive Altersbestimmungen

Als Beispiel der Altersbestimmung mittels der Radioaktivität besprechen wir die ¹⁴C-Methode oder **Radiokarbon-Methode** (Walter Libby, 1949):

Durch kosmische Höhenstrahlung werden in der Atmosphäre freie Neutronen produziert, die sich mit Stickstoff zu ¹⁴C verbinden:



Der Zerfall



hat die Halbwertszeit $t_{\frac{1}{2}} = 5730$ a. Ist die Intensität der Höhenstrahlung konstant, dann stellt sich mit der Zeit ein konstantes Verhältnis von ¹⁴C zu ¹²C-Isotopen ein (radioaktives Gleichgewicht!). Im Jahre 1950 betrug dieses Verhältnis in lebendem Gewebe

$$k_0 = \frac{N_{\text{C14}}}{N_{\text{C12}}} = 1,18 \cdot 10^{-12} \quad (3.4.3)$$

Im toten Gewebe findet kein Austausch mit dem CO₂ der Luft statt und das ¹⁴C wird immer weniger. Das Verhältnis $k = \frac{N_{\text{C14}}}{N_{\text{C12}}}$ einer toten Probe wird im Allgemeinen durch Massenspektroskopie bestimmt (siehe Abb.3.4.1):

Der chemisch extrahierte Kohlenstoff wird mit Cäsiumionen beschossen. Dabei treten einfach negativ geladene Kohlenstoffionen aus, die beschleunigt und dann in ein Magnetfeld geschossen werden. Richtig plazierte Zähler bestimmen dann das gesuchte Verhältnis k . Aus dem Zerfallsgesetz für die Zahl der ¹⁴C-Kerne folgt nach Division durch N_{C12}

$$k(t) = k_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (3.4.4)$$

und daraus die Zeit t vom Absterben der Probe bis zur Messung.

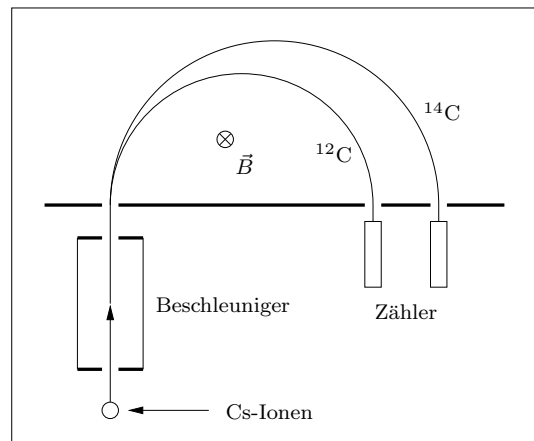


Abb.3.4.1 Messung von $k(t) = \frac{N_{\text{C14}}}{N_{\text{C12}}}$

Basierend auf den unterschiedlichen, witterungsbedingten Breiten der Jahresringe von Bäumen stehen genau datierte Holzproben der letzten zehntausend Jahre zur Verfügung. Eine genaue Untersuchung dieser Holzproben ergab, dass k_0 nicht konstant ist, sondern bis zu 10% vom Wert aus (3.4.3) abweicht. Ursache dafür sind langsame Schwankungen des Erdmagnetfeldes, das als Schutzschild für kosmische Strahlen dient und kurzfristige Schwankungen der Sonnenaktivität. Aufgrund der oberirdischen Kernwaffenversuche gab

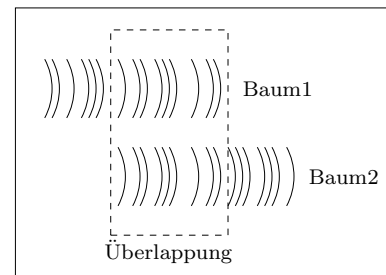


Abb.3.4.2 Dendrochronologie

es in den Sechzigerjahren fast eine Verdopplung des 1950-er Standardwertes von k_0 , die durch Tschernobyl verursachten Abweichungen sind noch viel dramatischer, was künftigen Generationen die Anwendung der ¹⁴C-Methode wegen Mehrfachlösungen praktisch unmöglich macht.

4 Ursachen des radioaktiven Zerfalls

4.1 Massendefekt und Bindungsenergie

Die Summe der Massen der Bausteine eines ${}^4\text{He}$ -Kerns (α -Teilchen) ist

$$m_s = 2m_p + 2m_n = 2 \cdot (1.007276464 + 1.008664917) u = 4.031882761 u \quad (4.1.1)$$

Die tatsächliche, experimentell bestimmte Masse des α -Teilchens ist aber

$$m_K = 4.001506174 u \quad (4.1.2)$$

Die tatsächliche Kernmasse m_K ist also um $\Delta m = 0,030376587 u$ kleiner als die Massensumme m_s der Kernbausteine. Bezeichnet Z die Kernladungszahl und N die Neutronenzahl eines Kerns, dann nennt man

$$\Delta m = \underbrace{Z \cdot m_p + N \cdot m_n}_{m_s} - m_K = m_s - m_K \quad (4.1.3)$$

den **Massendefekt** dieses Kerns. Die Gesamtenergie eines Kerns ist

$$W_K = m_K c^2, \quad (4.1.4)$$

die Gesamtenergie der einzelnen Nukleonen (Kernbausteine) ist

$$W_s = m_s c^2. \quad (4.1.5)$$

Um den Kern in seine Bausteine zu zerlegen, muss die Energie

$$Q = m_s c^2 - m_K c^2 = \Delta m c^2 \quad (4.1.6)$$

aufgewendet werden. Für stabile Kerne ist Q und damit auch Δm stets positiv.

Die Gesamtenergie W_K des Kerns setzt sich aus der Summe W_s der Energien seiner Bausteine und aus der **Bindungsenergie** B zusammen:

$$W_K = W_s + B \quad \implies \quad B = W_K - W_s \quad (4.1.7)$$

oder

$$\boxed{B = -\Delta m c^2} \quad (4.1.8)$$

Für ${}^4\text{He}$ gilt beispielsweise $B = -28,2956 \text{ MeV}$.

Die Bindungsenergie ist nichts anderes als die gesamte potentielle Energie der Nukleonen im Kern.

Die Gesamtenergie W_A eines Atoms setzt sich aus der Gesamtenergie W_K des Kerns, der Energie der Elektronen (Ruh- und kinetische Energie) und der potentiellen Energie der Elektronen im Coulombfeld des Kerns zusammen. Da die kinetische Energie der gebundenen Elektronen quantenmechanisch nicht mehr exakt fassbar ist (keine definierten Bahnen und Geschwindigkeiten), spricht man nur von der Ruhenergie und der Bindungsenergie der Elektronen. In der Bohr'schen Theorie ist die Bindungsenergie also die Summe aus kinetischer und potentieller Energie, die negative Bindungsenergie ist dann die Ionisierungsenergie.

$$W_A = W_K + Z \cdot m_e c^2 + B_e \quad (4.1.9)$$

Für den Zusammenhang zwischen Atommasse und Kernmasse erhält man aus (4.1.9)

$$m_A = m_K + Z \cdot m_e + \frac{B_e}{c^2} \quad (4.1.10)$$

Die gesamte Bindungsenergie der Elektronenhülle reicht von $-13,6 \text{ eV}$ beim Wasserstoff bis zu ungefähr $-0,6 \text{ MeV}$ beim Uran.

4.2 Kernmodelle

Wenn man einen Kern aus seinen Bestandteilen aufbaut, muss bei jedem Proton, das man dem Kern hinzufügt, zunächst Energie zugeführt werden, um die Coulombabstoßung zu überwinden. Da die Gesamtenergie des Kerns aber kleiner ist als die Energie der Bausteine, muss im Nahbereich eine starke anziehende Kraft zwischen den Nukleonen (Protonen, Neutronen) wirken, die für kleine Abstände r stärker ist als die elektrische Kraft. Diese **Kernkraft** oder **starke Kraft** (**starke Wechselwirkung**) ist im Bereich $r \lesssim 10^{-15}$ m viel stärker und im Bereich $r \gtrsim 10^{-15}$ m viel schwächer als die Coulombwechselwirkung.

Wegen des Spins (Eigendrehimpulses) der Nukleonen ist die Kernkraft nicht in exakter Weise durch ein skalares Potential $V(r)$ beschreibbar, obwohl manche Effekte in guter Näherung durch eine skalare Theorie erklärt werden können (siehe Aufgaben, Yukawapotential).

Ein **Kernmodell** muss eine Erklärung liefern für den Kernradius, für die Bindungsenergien und für die Zerfallswahrscheinlichkeiten (Halbwertszeiten) radioaktiver Kerne. Das einfachste Kernmodell ist das

Potentialtopfmodell:

Die Nukleonen befinden sich in einem rechteckigen Potentialtopf. Wie in jedem Potentialtopf können die Nukleonen und somit auch der ganze Kern nur diskrete Energiewerte annehmen (**Kernniveaus**). Beim Übergang zwischen den Kernniveaus werden Gammaquanten absorbiert oder emittiert.

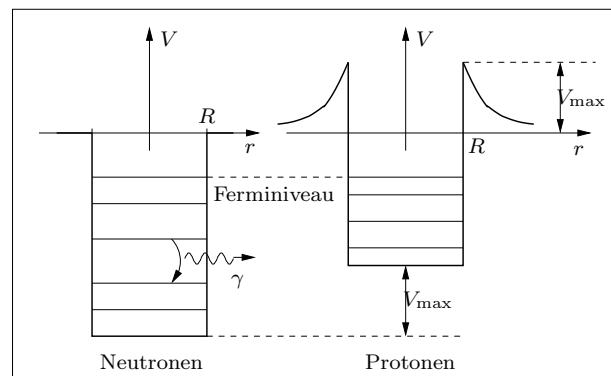


Abb.4.2.1 Potentialtopfmodell

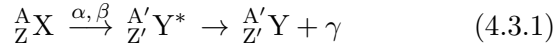
Weitere Kernmodelle im kurzen Überblick:

- Tröpfchenmodell:** Der Kern wird als Flüssigkeitstropfen mit konstanter Dichte behandelt.
- Fermigasmodell:** Die Nukleonen bewegen sich frei im rechteckigen Potentialtopf.
- Schalenmodell:** Jedes Nukleon bewegt sich frei in einem bestimmten Potential. Damit wird unter anderem die Existenz besonders stabiler Kerne erklärt.
- Kollektivmodell:** Die Bewegung ganzer Gruppen von Nukleonen (z.B. Alphateilchen) wird angenommen.
- Unified-Modell:** Verbindung von Schalen- und Kollektivmodell. Dieses Modell erklärt die experimentellen Tatsachen am besten.

Alle vorgestellten Kernmodelle sind noch nicht optimal, da es nur phänomenologische Theorien (die Parameter der Theorien werden an die experimentellen Tatsachen angepasst) ohne mikroskopische Begründung sind. Ideal wäre natürlich das Lösen der Schrödingergleichungen für das Vielteilchensystem „Atomkern“. Dazu muss für jedes Nukleon die Schrödingergleichung im starken Kraftfeld aller anderen Nukleonen aufgestellt werden. Das so erhaltene Differentialgleichungssystem (bei ^{238}U sind es immerhin 238 Gleichungen mit 238 unbekanntenen Wellenfunktionen) muss dann gelöst werden, was bisher nur bei einfachsten Kernen, z.B. dem Deuteron, gelingt.

4.3 Gammaübergänge und Mößbauereffekt

Beim Alpha- oder Betazerfall befindet sich der Tochterkern meistens in einem angeregten Zustand (Y^*), der dann noch ein Gammaquant aussendet:



Wie bei den Atomspektren gilt auch für Gammaspektren das **Rietz'sche Kombinationsprinzip**:

Die Differenzen von zwei γ -Energien eines Kerns ergeben in vielen Fällen wieder mögliche γ -Energien, wenn sie keiner **Auswahlregel** zum Opfer fallen.

Für die Auswahlregeln, auf die wir hier nicht eingehen wollen, ist unter anderem die Drehimpulserhaltung verantwortlich.

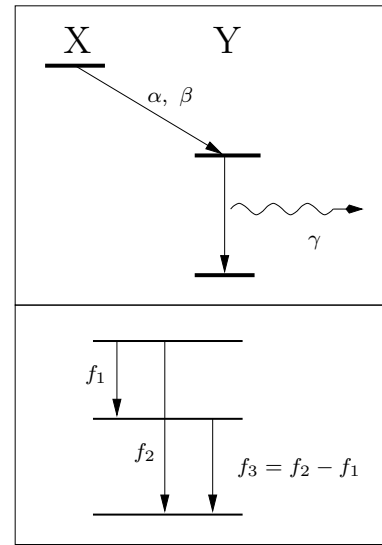


Abb.4.3.1 Gammaübergänge

Energie- und Impulsbilanz bei einem Gammaübergang:

Die Anregungsenergie W_0 des Kerns teilt sich auf in die Energie W_γ des ausgesandten Quants und in die Rückstoßenergie W_k des Kerns. Aus dem Impulssatz folgt

$$p = m v = p_\gamma = \frac{W_\gamma}{c} \quad (4.3.2)$$

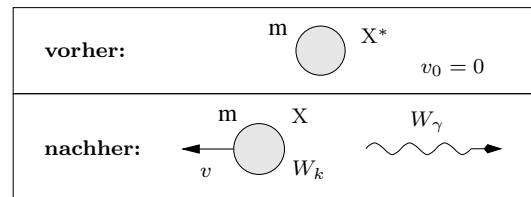


Abb.4.3.2 Emission eines γ -Quants

und damit gilt (die Rückstoßgeschwindigkeit v ist sicher nichtrelativistisch)

$$W_k = \frac{m}{2} v^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{W_\gamma^2}{2m c^2} \quad (4.3.3)$$

Aus

$$W_0 = W_\gamma + W_k = W_\gamma + \frac{W_\gamma^2}{2m c^2} \quad (4.3.4)$$

folgt

$$W_\gamma = m c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{2W_0}{m c^2}} - 1 \right) \quad (4.3.5)$$

Mit der quadratischen Näherung

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \quad \text{für } x \ll 1 \quad (4.3.6)$$

folgt aus (4.3.5) und (4.3.4)

$$\boxed{W_\gamma \approx W_0 - \frac{W_0^2}{2m c^2}} \quad \text{und} \quad \boxed{W_k = \frac{W_\gamma^2}{2m c^2} \approx \frac{W_0^2}{2m c^2}} \quad (4.3.7)$$

Energie- und Impulsbilanz bei der Absorption eines γ -Quants:

Die Energie W'_γ des einfallenden Quants teilt sich auf in die Anregungsenergie W_0 und in die Rückstoßenergie W'_k des Kerns. Aus dem Impulssatz folgt

$$p' = m v' = p'_\gamma = \frac{W'_\gamma}{c} \quad (4.3.8)$$

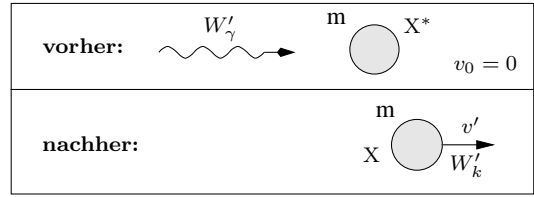


Abb.4.3.3 Absorption eines γ -Quants

und damit gilt

$$W'_k = \frac{m}{2} v'^2 = \frac{p'^2}{2m} = \frac{W'^2_\gamma}{2m c^2} \quad (4.3.9)$$

Aus

$$W'_\gamma = W_0 + W'_k = W_0 + \frac{W'^2_\gamma}{2m c^2} \quad (4.3.10)$$

folgt

$$W'_\gamma = m c^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2W_0}{m c^2}} \right) \quad (4.3.11)$$

Mit der quadratischen Näherung folgt aus (4.3.10) und (4.3.9)

$$\boxed{W'_\gamma \approx W_0 + \frac{W_0^2}{2m c^2}} \quad \text{und} \quad \boxed{W'_k = \frac{W'^2_\gamma}{2m c^2} \approx \frac{W_0^2}{2m c^2}} \quad (4.3.12)$$

Die Breite ΔW der Gammalinie erhält man mit der Unschärferelation aus der Lebensdauer τ des angeregten Zustands:

$$\boxed{\Delta W = \frac{h}{\tau}} \quad (4.3.13)$$

Resonanzabsorption ist nur möglich, wenn sich die Emissions- und die Absorptionslinie noch genügend überlappen, d.h. für

$$\boxed{W_k \lesssim \Delta W} \quad (4.3.14)$$

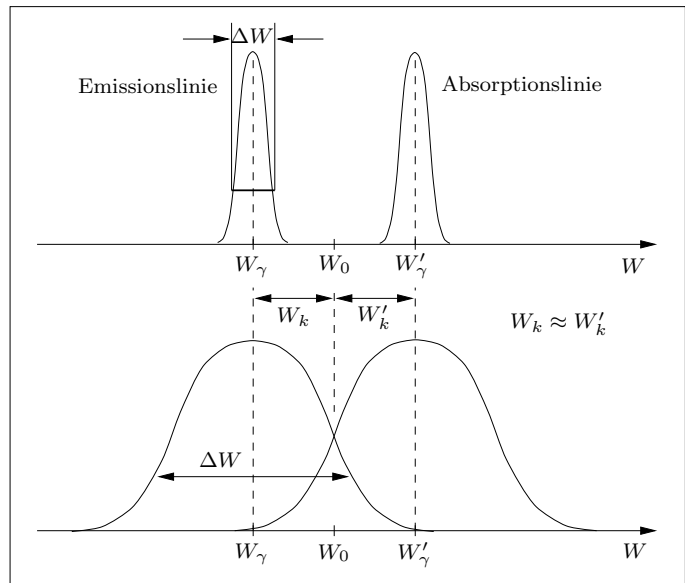


Abb.4.3.4 Absorption eines γ -Quants

Die Grafen in Abb.4.3.4 stellen die Wahrscheinlichkeit für die Emission bzw. Absorption eines Quants in Abhängigkeit von der Energie des Quants dar. Überlappen sich die Linien nicht, dann ist Resonanzabsorption nicht möglich, d.h. ein von einem Kern ausgesandtes γ -Quant kann von einem gleichartigen Kern im Grundzustand **nicht** absorbiert werden.

Betrachten wir als Beispiel zunächst die Emission eines Photons der gelben Natriumlinie mit:

$$\lambda = 589 \text{ nm}, \quad m \approx 23 u \quad \text{und} \quad \tau \approx 10^{-8} \text{ s}$$

Es gilt dann

$$\Delta W = \frac{h}{\tau} \approx 4 \cdot 10^{-7} \text{ eV} \quad (4.3.15)$$

und

$$W_k \approx \frac{W_0^2}{2 m c^2} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ eV} = 0,00025 \cdot \Delta W, \quad (4.3.16)$$

d.h. **Resonanzabsorption ist möglich.**

Die erste Anregungsenergie eines ^{57}Fe -Kerns liegt um $W_0 = 14,4 \text{ keV}$ über der Energie des Grundzustands, die Lebensdauer dieses angeregten Niveaus ist $\tau \approx 1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$. Es gilt dann

$$\Delta W = \frac{h}{\tau} \approx 4 \cdot 10^{-8} \text{ eV} \quad (4.3.17)$$

und

$$W_k \approx \frac{W_0^2}{2 m c^2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ eV} = 5 \cdot 10^5 \cdot \Delta W, \quad (4.3.18)$$

d.h. **keine Resonanzabsorption möglich.**

Die Schärfe S einer Resonanzlinie ist definiert als die relative Frequenzunschärfe und damit wegen der Planckrelation gleich der relativen Energieunschärfe:

$$S = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta W}{W} \quad (4.3.19)$$

Für die Natriumlinie gilt $S \approx 2 \cdot 10^{-7}$, für die Gammalinie von ^{57}Fe ist $S \approx 2,8 \cdot 10^{-12}$.

Die Gammalinien von Kernübergängen sind um einige Zehnerpotenzen schärfer als die optischen Linien der Übergänge von Atomen und daher prädestiniert für genaue Energiemessungen.

Der Haken an der Sache ist, dass die Gammalinien zu scharf sind und so der Rückstoß der Kerne die Resonanzabsorption verhindert. 1958 gelang es dem damals 29-jährigen **Rudolf Mößbauer** (Nobelpreis 1961), den Rückstoß der Kerne zu verhindern und die Gammaresonanzabsorption experimentell nachzuweisen (**Rückstoßfreie Kernresonanzabsorption** oder **Mößbauereffekt**). Der Trick Mößbauers bestand darin, nicht freie Kerne, sondern an Kristalle gebundene Kerne zu verwenden. Klassisch gesehen würde der emittierende Kern auch die ganze Rückstoßenergie aufnehmen und sie dann als Schwingungsenergie an den Kristall weiterleiten, d.h. es wäre nichts gewonnen. Die Schwingungen des Kristalls müssen aber quantenmechanisch beschrieben werden und man kann die Wahrscheinlichkeit f berechnen, mit der zwar der Impuls des γ -Quants aufgenommen wird, der Kristall aber **keine** Schwingungsenergie aufnimmt. In diesem Fall muss für die Berechnung der Rückstoßenergie nicht die Kernmasse, sondern die um viele Zehnerpotenzen größere Gesamtmasse des Kristalls verwendet werden, die Rückstoßenergie ist also praktisch gleich Null.

Die langwierigen Rechnungen zeigen, dass die Wahrscheinlichkeit f für die rückstoßfreie Emission und Absorption von γ -Quanten stark von der Temperatur T des Kristalls abhängt ($f(T)$ ist eine monoton fallende Funktion, siehe Abb.4.3.5). Um den Mößbauereffekt sinnvoll nutzen zu können, müssen Emitter- und Absorberkristall also stark gekühlt werden.

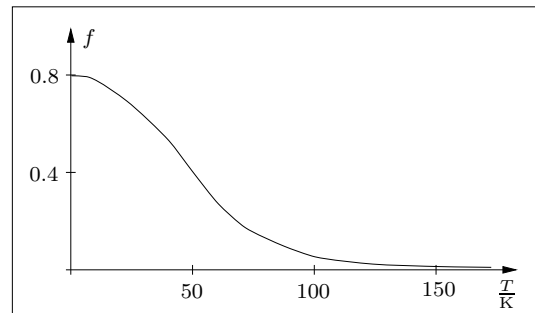


Abb.4.3.5 Die Wahrscheinlichkeit f

Um die Form einer Gammalinie auszumessen, bewegt man die Quelle langsam mit der Geschwindigkeit $v = \beta c$ auf den Absorber zu. Ist f die Frequenz des γ -Quants im Ruhssystem der Quelle, dann hat das Quant im System des Absorbers die Frequenz (Dopplereffekt):

$$f' = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \quad (4.3.20)$$

Da v sehr klein ist (einige $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$), kann man linear nähern.

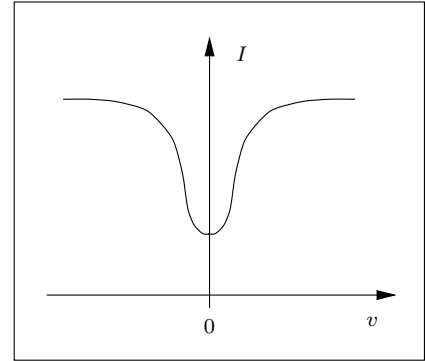


Abb.4.3.6 Ausmessung der Linie

Aus

$$\frac{1}{1 - \beta} \approx 1 + \beta \quad (4.3.21)$$

folgt

$$f' \approx (1 + \beta) f \quad (4.3.22)$$

oder

$$\Delta f = f' - f \approx \beta f \quad (4.3.23)$$

Als Beispiel betrachten wir wieder die ^{57}Fe -Linie. Wir suchen die Geschwindigkeit v der Quelle, mit der sich eine Verschiebung der Linie um ihre natürliche Breite ergibt. Aus (4.3.23) folgt

$$v = \beta c = \frac{c \Delta f}{f} = \frac{c \Delta W}{W} = c \cdot \frac{4 \cdot 10^{-8} \text{ eV}}{14400 \text{ eV}} = \underline{\underline{0,08 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}} \quad (4.3.24)$$

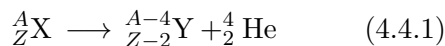
die relative Frequenzänderung ist

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{c \Delta W}{W} \approx 3 \cdot 10^{-12} \quad (4.3.25)$$

Mit raffinierten Tricks können relative Frequenzänderungen bis zu einem Tausendstel der Linienbreite gemessen werden. Eine der schönsten Anwendungen des Mößbauereffekts ist die Messung der Frequenzänderung eines Photons, das im Gravitationsfeld der Erde nach unten fällt (siehe Aufgaben).

4.4 Der α -Zerfall

Beim Alphazerfall



werden neben dem Alphateilchen noch zwei Hüllenelektronen abgestoßen, da der Tochterkern zwei Protonen weniger enthält als der Mutterkern. Mit Q bezeichnen wir die Summe der

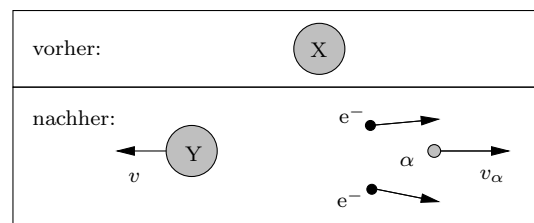


Abb.4.4.1 Alphazerfall

kinetischen Energien des Tochteratoms (Y), des Alphateilchens und der Elektronen, M verwenden wir für Atommassen und m für Kernmassen. Da meistens ganze Atome und nicht nackte Kerne vorliegen (außer im Inneren von Sternen), schreibt sich die Energiebilanz des Zerfalls am zweckmäßigsten mit Atommassen:

$$M_X c^2 = M_Y c^2 + m_\alpha c^2 + 2 m_e c^2 + Q \quad (4.4.2)$$

4 Ursachen des radioaktiven Zerfalls

Da die gesamte Bindungsenergie der Elektronen im Heliumatom nur $B_{e,He} = -79 \text{ eV}$ beträgt, Q aber im MeV-Bereich liegt, gilt mit großer Genauigkeit

$$M_{\text{He4}}c^2 = m_\alpha c^2 + 2 m_e c^2 + B_{e,He} \approx m_\alpha c^2 + 2 m_e c^2 \quad (4.4.3)$$

und damit in guter Näherung

$$\boxed{M_X c^2 = M_Y c^2 + M_{\text{He4}} c^2 + Q} \quad (4.4.4)$$

Die gesamte freiwerdende Energie Q nennt man auch den Q -Wert der Reaktion. Der Alphazerfall ist möglich, wenn $Q > 0$, d.h. wenn

$$\boxed{M_X > M_Y + M_{\text{He4}}} \quad (4.4.5)$$

Aus (4.4.2) folgt

$$m_X c^2 + Z m_e c^2 + B_{e,X} = m_Y c^2 + (Z - 2) m_e c^2 + B_{e,Y} + m_\alpha c^2 + 2 m_e c^2 + Q \quad (4.4.6)$$

oder

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + m_\alpha c^2 + \underbrace{B_{e,Y} - B_{e,X}}_{\Delta B_e} + Q \quad (4.4.7)$$

Mit der Näherungsformel

$$B_e(Z) \approx -15,73 \text{ eV} \cdot Z^{\frac{7}{3}} \quad (4.4.8)$$

erhält man

$$\Delta B_e(Z) \approx 15,73 \text{ eV} \cdot \left(Z^{\frac{7}{3}} - (Z - 2)^{\frac{7}{3}} \right) \quad (4.4.9)$$

$\Delta B_e(Z)$ ist eine monoton steigende Funktion, die ihr Maximum also bei $Z = 92$ (Uran) annimmt, d.h.

$$\Delta B_e(Z) \lesssim 30 \text{ keV} = 0,00003 \text{ uc}^2 \quad (4.4.10)$$

ΔB_e ist für genauere Rechnungen nicht mehr vernachlässigbar, d.h. die Möglichkeit eines Alphazerfalls ist mit Atommassen (siehe (4.4.5)) leichter feststellbar als mit Kernmassen.

Mit den Kernbindungsenergien B_X , B_Y und B_α folgt aus (4.4.7)

$$(Z m_p + (A - Z) m_n + Z m_e) c^2 + B_X = [(Z - 2) m_p + (A - 4 - (Z - 2)) m_n + (Z - 2) m_e + 2 m_p + 2 m_n] c^2 + B_Y + B_\alpha + \Delta B_e + Q$$

oder

$$B_X = B_Y + B_\alpha + \Delta B_e + Q \quad (4.4.11)$$

Aus $Q > 0$ folgt dann als Bedingung für die Möglichkeit eines Alphazerfalls

$$B_X - B_Y > B_\alpha + \Delta B_e \quad (4.4.12)$$

Für die Elemente schwerer als Eisen kann man die Kurve der Funktion $B_N(A) = \frac{B(A)}{A}$ (Bindungsenergie pro Nukleon) durch eine Gerade annähern. Aus den Werten für ^{144}Nd ($-8,326 \text{ MeV}$) und ^{238}U ($-7,568 \text{ MeV}$) folgt

$$\frac{B(A)}{A} \approx (-8,3 + 0,0081 \cdot (A - 144)) \text{ MeV}$$

oder

$$B(A) \approx (-9,466 A + 0,0081 A^2) \text{ MeV} \quad (4.4.13)$$

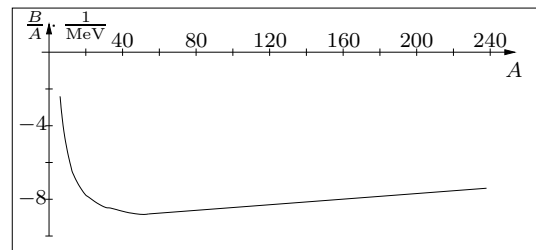
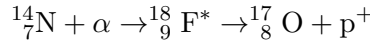


Abb.4.4.2 Bindungsenergie pro Nukleon

Aus (4.4.12) und (4.4.13) folgt dann mit $B_\alpha = -28,3 \text{ MeV}$ für Kerne, die einem Alphazerfall unterliegen können

$$B_X - B_Y = B(A) - B(A - 4) \approx (0,0648 A - 37,995) \text{ MeV} \gtrsim -28,3 \text{ MeV} \quad (4.4.14)$$

und daraus $A > 149$. Bis auf wenige Ausnahmen beginnt der Alphazerfall tatsächlich erst bei ^{144}Nd . Mit der gleichen Methode kann man abschätzen, für welche A ein Protonenzerfall möglich wäre. Dabei muss $A - 4$ durch $A - 1$ und B_α durch $B_{p^+} = 0$ ersetzt werden. Als Ergebnis erhält man, dass der Protonenzerfall erst für $A \geq 585$ möglich wäre! Eine Ausnahme bilden hoch angeregte Kerne mit viel überschüssiger Energie. So ist z.B. der Protonenzerfall des Fluor-Zwischenkerns in folgender Reaktion möglich (der * bezeichnet einen angeregten Kern):



Erklärung des Alphazerfalls nach Gamow:

Im Kern bilden sich α -Teilchen, deren Energiewerte im Potential des übrigen Kerns positiv sein können. Ein α -Teilchen mit $W > 0$ kann durch den „Coulombwall“ tunneln. Die Tunnelwahrscheinlichkeit ist umso größer, je kleiner die Dicke des Walls ist. Die Zerfallswahrscheinlichkeit hängt neben der Tunnelwahrscheinlichkeit auch noch davon ab, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Kernniveaus besetzt sind und wie oft ein α -Teilchen versucht, die Barriere zu durchtunneln. Ein Teilchen mit größerer Energie

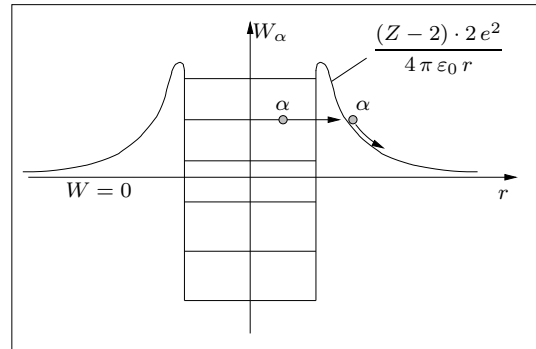


Abb.4.4.3 Energie eines α -Teilchens im Kern

hat dabei, klassisch gesehen, eine größere Geschwindigkeit und braucht somit weniger lang, um den Kern zu durchqueren: Das Teilchen versucht öfter, die Barriere zu durchtunneln. Zusammenfassend erhält man:

Bei ein und demselben Alphastrahler treten die Zerfälle mit der größeren Teilchenenergie häufiger auf.

(4.4.15)

Da einer großen Zerfallswahrscheinlichkeit eine kleine Halbwertszeit entspricht, gilt:

Bei verschiedenen Alphastrahlern haben die mit der größeren Maximalenergie die kleinere Halbwertszeit.

(4.4.16)

(Geiger-Nuttal-Regel)

Beispiele:	^{239}Pu	W_α in MeV	Intensität	Kern	W_α in MeV	$t_{1/2}$ in s
		5,147	72,5 %	^{144}Nd	1,90	$1,58 \cdot 10^{23}$
		5,134	16,8 %	^{208}Po	5,11	$9,24 \cdot 10^7$
		5,096	10,7 %	^{212}Po	8,78	$3,04 \cdot 10^{-7}$

Verlässt ein niederenergetisches Alphateilchen den Mutterkern, dann bleibt ein angeregter Tochterkern zurück, der beim Übergang in den Grundzustand Gammaquanten aussendet. Die Alpha- und die Gammaenergien geben genaue Auskünfte über die Energiestruktur des Tochterkerns.

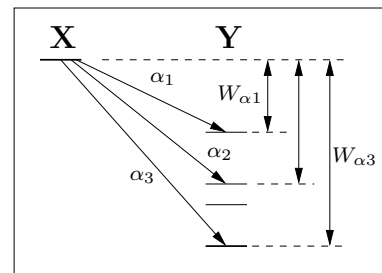
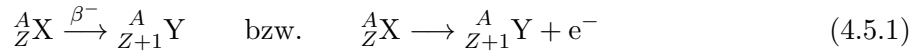


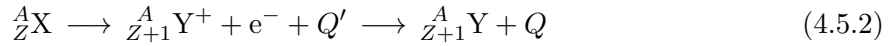
Abb.4.4.4 Termschema α -Zerfall

4.5 β^- -Zerfälle

Wir betrachten den β^- -Zerfall



Direkt nach dem Aussenden des Elektrons bleibt ein einfach positives Y^+ -Ion zurück. Nach einiger Zeit schnappt sich das Ion eines der im umgebenden Material abgebremsten Elektronen und wird, natürlich unter Aussendung eines Photons, zum neutralen Atom. Die ausführlich geschriebene Reaktion mit Q -Wert lautet also



Q' ist dabei die gesamte kinetische Energie des Elektrons und des Ions und Q ist die gesamte vom Elektron und vom Ion an die Umgebung abgegebene Energie (Wärme) einschließlich der Energie W_γ des Photons. Q ist um die negative Bindungsenergie des äußeren Elektrons (das ist gleich W_γ) größer als Q' . Da W_γ nur ein paar eV beträgt, können wir in guter Näherung $Q = Q'$ setzen. Mit den Atommassen M_X und M_Y lautet die Energiebilanz des β^- -Zerfalls unter der Annahme eines ruhenden Ausgangsatoms

$$M_X c^2 = M_Y c^2 + Q \quad (4.5.3)$$

Formuliert man die Energiebilanz mit den Kernmassen m_X und m_Y , dann darf man die Bindungsenergien der Elektronen nicht vergessen:

$$m_X c^2 + Z m_e c^2 + B_{e,X} = m_Y c^2 + (Z + 1) m_e c^2 + B_{e,Y} + Q \quad (4.5.4)$$

oder

$$m_X c^2 + B_{e,X} = m_Y c^2 + m_e c^2 + B_{e,Y} + Q \quad (4.5.5)$$

Wegen $Q > 0$ ist der β^- -Zerfall also möglich für

$$\boxed{M_X > M_Y} \quad \text{oder} \quad \boxed{m_X > m_Y + m_e + \frac{B_{e,Y} - B_{e,X}}{c^2}} \quad (4.5.6)$$

Es gibt tatsächlich β^- -aktive Elemente, für die natürlich $M_X > M_Y$ gilt, $m_X > m_Y + m_e$ aber nicht erfüllt ist. Als Beispiel betrachten wir



mit den Atommassen $M_{\text{Re}} = 186,955751 u$ und $M_{\text{Os}} = 186,955748 u$. Mit der Näherung

$$B_e(Z) \approx -15,73 \text{ eV} \cdot Z^{\frac{7}{3}} \quad (4.5.8)$$

erhält man

$$m_{\text{Re}} = M_{\text{Re}} - 75 m_e - \frac{B_e(75)}{c^2} = 186,915008 u \quad (4.5.9)$$

und

$$m_{\text{Os}} = M_{\text{Os}} - 76 m_e - \frac{B_e(76)}{c^2} = 186,914469 u \quad (4.5.10)$$

und damit $m_{\text{Os}} + m_e = 186,915018 u > m_{\text{Re}}$.

Berechnet man den Q -Wert verschiedener β^- -Zerfälle und misst man die zugehörigen kinetischen Energien des Elektrons und des Tochterkerns, dann stellt man in den meisten Fällen eine deutliche Diskrepanz fest: Die gesamte kinetische Energie der Zerfallsprodukte ist kleiner als Q . Im Widerspruch zum Experiment steht auch die theoretische Forderung nach diskreten β -Energien (siehe Abb.4.5.1)

$$W_{ik} = W_i - W'_k \quad (4.5.11)$$

Abb.4.5.2 zeigt, dass die Elektronenenergien $W_{\text{kin},e}$ der **natürlichen** β -Strahlung **kontinuierlich** über das Intervall $[0, W_{\text{max}}]$ mit $W_{\text{max}} = Q$ verteilt sind. Außerdem ist noch die Drehimpulserhaltung verletzt, d.h. der Drehimpuls von Kern X ist ungleich dem Gesamtdrehimpuls von Kern Y und Elektron!

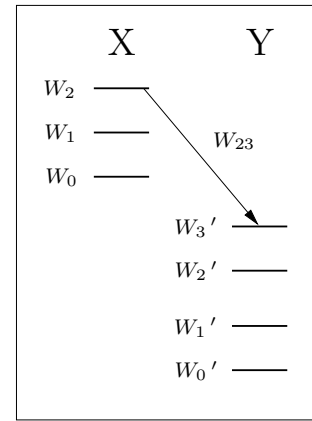


Abb.4.5.1 γ -Übergang

Zur Beseitigung dieser Widersprüche nahm WOLFGANG PAULI (1930) an, dass neben dem Elektron noch ein weiteres Teilchen emittiert wird, das sogenannte **Neutrino** („Neutrönchen“) mit dem Kurzzeichen ν . Die genaue Bezeichnung für das beim β^- -Zerfall emittierte Neutrino lautet **Elektronantineutrino** und hat das Kurzzeichen $\bar{\nu}_e$ (der Querstrich steht für **Anti**).

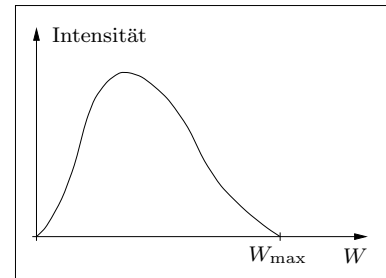
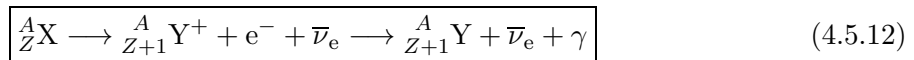


Abb.4.5.2 Nat. β -Strahlung

Mit der Neutrinohypothese lautet die Zerfallsgleichung für den β^- -Zerfall



Wegen der Ladungserhaltung muss das Neutrino elektrisch neutral sein. Die Neutrinoenergie W_ν liegt wegen

$$W_\nu + W_{\text{kin},e} = Q \quad (4.5.13)$$

im gleichen Intervall $[0, W_{\text{max}}]$ wie $W_{\text{kin},e}$. Mit der Neutrinohypothese ist auch geklärt, warum der Rückstoßkern Y und das Elektron i.a. nicht geradlinig auseinanderfliegen.

$$\text{Impulssatz: } \vec{p}_Y + \vec{p}_e + \vec{p}_\nu = \vec{0} \quad (4.5.14)$$

Die Ruhmasse $m_{\nu 0}$ des Neutrinos ist sehr klein, eventuell sogar Null:

$$0 \leq m_{\nu 0} \lesssim \frac{50 \text{ eV}}{c^2} \quad (4.5.15)$$

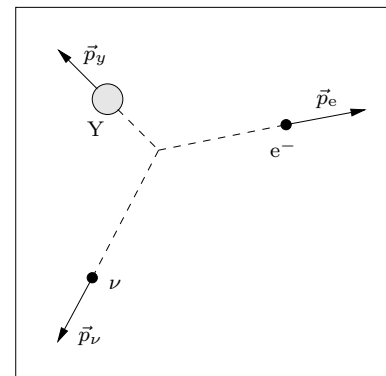


Abb.4.5.3 β -Zerfall

Die Wechselwirkung von Neutrinos mit Materie ist sehr klein. Die Halbwertsdicke von Wasser für 1 MeV-Neutrinos liegt bei einigen Lichtjahren!! Wegen dieser äußerst schwachen Wechselwirkung ist es nicht verwunderlich, dass der experimentelle Nachweis von Neutrinos erst 26 Jahre nach ihrer theoretischen Vorhersage gelang. 1956 nutzten COWAN und REINES die hohe β -Aktivität des Reaktors in Savannah River, South Carolina ($\approx 10^{18} \frac{\text{Neutrinos}}{\text{s}}$), als Neutrinoquelle. Der Nachweis der Neutrinos gelang über die Reaktion



4 Ursachen des radioaktiven Zerfalls

Das Positron wird zunächst abgebremst ($\Delta t < 10^{-6}$ s) und zerstrahlt dann mit einem Atomelektron in zwei γ 's mit $E_\gamma = 0,511$ MeV. Das Neutron wird etwas langsamer abgebremst ($\approx 10^{-5}$ s) und von einem Cadmiumkern eingefangen. Der neue, um ein Neutron reichere Kern ist angeregt und sendet charakteristische γ -Quanten aus. Sämtliche γ -Quanten werden von riesigen, sandwichartig angeordneten Szintillationszählern registriert, zwischen denen sich als eigentliches Detektormaterial Wasser mit etwas Cadmium befindet. Ein Neutrino gilt als nachgewiesen, wenn eine Elek-

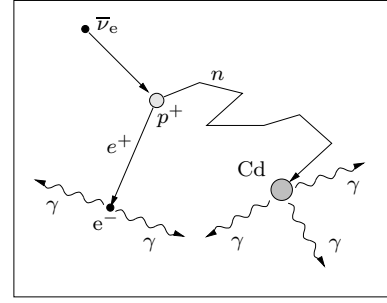


Abb.4.5.4 Neutrinonachweis

tronik gleichzeitig zwei γ 's mit 0,511 MeV und einige Millionstel Sekunden später die γ 's des Cadmiums registriert. Mit dieser aufwendigen Anordnung konnten Cowan und Reines pro Stunde ungefähr drei Neutrinos nachweisen. Der Neutrinofluss am Ort des Detektors ($m = 200$ kg Wasser) betrug $\Phi \approx 10^{17}$ $1/m^2s$. Ist σ der Wirkungsquerschnitt eines Protons für die Reaktion (4.5.16) und N_p die Zahl der Protonen in der Detektorflüssigkeit, dann gilt für die Zahl der absorbierten Neutrinos in der Zeit Δt (der Detektor ist sicher klein gegen die Halbwertsdicke):

$$\Delta N = N_p \sigma \Phi \Delta t = \frac{5}{9} \cdot \frac{m}{m_p} \sigma \Phi \Delta t \quad (4.5.17)$$

Mit der Nachweiswahrscheinlichkeit $p \approx 0,01$ des Zählers erhält man aus $\Delta N = \frac{3}{p} = 300$ und $\Delta t = 3600$ s den Wirkungsquerschnitt $\sigma \approx 6 \cdot 10^{-48}$ m^2 . Für die Absorptionskonstante α folgt mit der Querschnittsfläche A des Absorbers aus (4.5.17)

$$\Delta N = \alpha N \Delta x = \alpha \Phi A \Delta t \Delta x = \alpha \Phi \Delta V \Delta t = \frac{5}{9} \cdot \frac{\Delta m}{m_p} \sigma \Phi \Delta t \quad (4.5.18)$$

und damit (ρ ist die Dichte von Wasser)

$$\alpha = \frac{5}{9} \cdot \frac{\rho \sigma}{m_p} \quad (4.5.19)$$

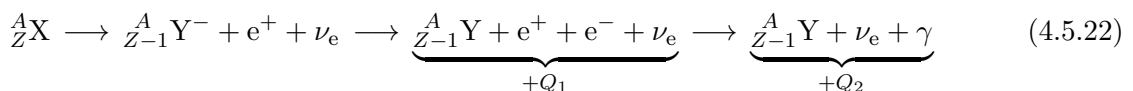
Die Halbwertsdicke von Wasser für die Absorption von Neutrinos im MeV-Bereich ist damit

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\alpha} \approx 10^{18} \text{ m} \approx 100 \text{ LJ} \quad (4.5.20)$$

Neben dem β^- -Zerfall gibt es auch den β^+ -Zerfall, bei dem der Kern ein Positron und ein Elektronneutrino (nicht das Antineutrino!) aussendet:



Der experimentelle Nachweis des β^+ -Zerfalls geschieht über den Nachweis der 0,511 MeV-Gammaquanten, die bei der Zerstrahlung der abgebremsten Positronen mit den Atomelektronen entstehen. Das Tochteratom beim β^+ -Zerfall ist einfach negativ geladen und verliert durch eine geringe Energiezufuhr (einige eV) sein überschüssiges Elektron. Die vollständige Reaktionskette beim β^+ -Zerfall lautet damit



Q_1 ist dabei die Summe der kinetischen Energien von Tochterkern und Positron plus der Neutrinoenergie, Q_2 ist die kinetische Energie des Tochterkerns plus Summe aller Gammaenergien, d.h. $Q_2 = Q_1 + 2m_e c^2$.

4 Ursachen des radioaktiven Zerfalls

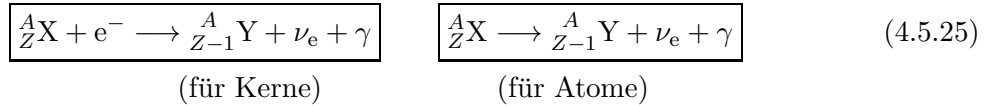
Der β^+ -Zerfall ist möglich, wenn $Q_1 > 0$, d.h. wenn

$$\boxed{M_X > M_Y + 2m_e} \quad (4.5.23)$$

Die gesamte beim β^+ -Zerfall freiwerdende Energie (einschließlich Zerstrahlungsenergie) ist

$$\boxed{Q_2 = (M_X - M_Y) c^2} \quad (4.5.24)$$

Die dritte Art der schwachen Wechselwirkung ist der **K-Einfang** oder kurz EC (**E**lectron-**C**apturing):



Das eingefangene Elektron stammt meistens aus der K-Schale des Atoms und geht somit nicht in die Energiebilanz ein:

$$M_X c^2 = M_Y c^2 + Q \quad (4.5.26)$$

Beim Auffüllen der so entstandenen Lücke in der K-Schale wird eine begleitende Röntgenstrahlung emittiert. Die Gesamtenergie aller emittierten Photonen ist $W_\gamma = Q - W_\nu$. Die Bedingung für die Möglichkeit des K-Einfangs lautet ($Q > 0$):

$$\boxed{M_X > M_Y} \quad (4.5.27)$$

Bei schweren Kernen ist der Radius der K-Schale kleiner als bei leichten, d.h. bei schweren Kernen ist die Wahrscheinlichkeit für EC größer. Ein Kern geht beim EC und beim β^+ -Zerfall in den gleichen Tochterkern über. Für $M_X > M_Y + 2m_e$ treten EC und β^+ -Zerfall immer gleichzeitig auf, für $M_Y < M_X < M_Y + 2m_e$ ist nur EC möglich.

Nobelpreise im Zusammenhang mit der schwachen Wechselwirkung:

- 1979 an **Glashow**, **Salam** und **Weinberg** (Theorie der **elektroschwachen Wechselwirkung**)
- 1984 an **Rubbia** und **van der Meer** (experimentelle Entdeckung des Austauschteilchens der schwachen Wechselwirkung, des **intermediären Vektorbosons** W^-)

Eine genauere Betrachtung zeigt, dass der β^- -Zerfall ein zweistufiger Prozess ist. Abb.4.5.5 zeigt das Feynman-Diagramm des Zerfalls eines Neutrons. Zuerst entsteht aus dem Neutron ein Proton und ein intermediäres Vektorboson (W^-), das W^- zerfällt dann nach kurzer Zeit in ein Elektron und in ein Neutrino.

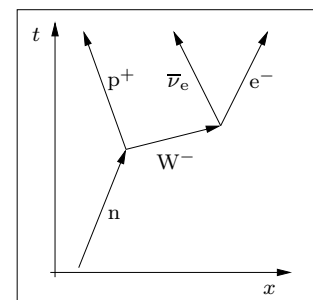


Abb.4.5.5 Feynman-Diagramm

5 Kernreaktionen

5.1 Künstliche Kernumwandlungen

Der radioaktive Zerfall ist eine **natürliche** Kernumwandlung. Schießt man Teilchen auf Kerne, dann können **künstliche** Kernumwandlungen stattfinden. Man unterscheidet zwei Arten von Reaktionen, die **direkte Reaktion (Teilchenaustausch)** oder die **Compound-Reaktion**, bei der ein äußerst kurzlebiger ($\Delta t \approx 10^{-16}\text{s}$), hoch angeregter Zwischenkern (**Compoundkern**) entsteht. Die Zeitdauer der direkten Reaktion liegt in der Größenordnung $\Delta t \approx 10^{-22}\text{s}$.

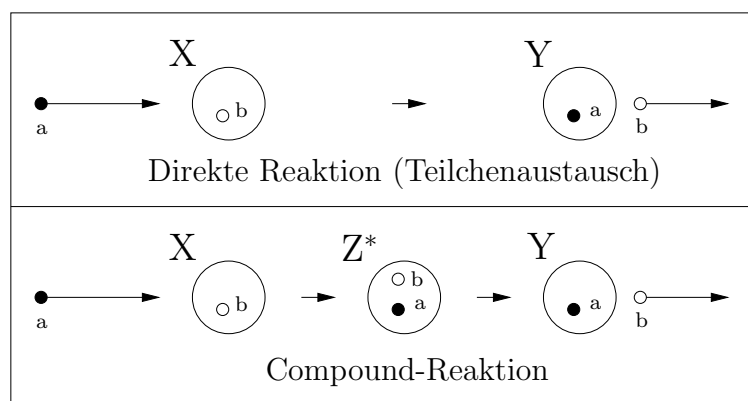


Abb.5.1.1 Kernreaktionen

Mit der **Reaktionsenergie** Q lauten die Gleichungen einer Kernreaktion:

$$\text{direkte Reaktion:} \quad : \quad a + X \longrightarrow Y + b + Q \quad (5.1.1)$$

$$\text{Compound-Reaktion:} \quad : \quad a + X \longrightarrow Z^* \longrightarrow Y + b + Q \quad (5.1.2)$$

Bezeichnen wir mit T die kinetischen Energien der entsprechenden Teilchen, dann lautet die Energiebilanz einer Kernreaktion (die Projektile a und b sind meistens nackte Kerne, X und Y sind Atome):

$$(m_a + M_X) c^2 + T_a + T_X = (m_b + M_Y) c^2 + T_b + T_Y \quad (5.1.3)$$

Den Gewinn an kinetischer Energie bezeichnet man als **Reaktionsenergie** oder **Q -Wert**:

$$Q = T_b + T_Y - T_a - T_X = (m_a + M_X - m_b - M_Y) c^2 \quad (5.1.4)$$

Für Kernreaktionen gibt es noch eine weitere Schreibweise:

$$X(a; b)Y \iff a + X \longrightarrow Y + b \quad (5.1.5)$$

Ist $Q > 0$, dann spricht man von einer **exothermen** Reaktion (Energie wird frei), für $Q < 0$ nennt man die Reaktion **endotherm**.

Ist das primäre Teilchen a ein γ -Quant, dann spricht man vom **Kernfotoeffekt**:

$$X(\gamma; b)Y \iff \gamma + X \longrightarrow Y + b \quad (5.1.6)$$

5.2 Das freie Neutron

1930 entdeckten BOTHE und BECKER, dass beim Beschuss eines ${}^9\text{Be}$ -Targets mit Alphateilchen eine durchdringende Strahlung entsteht, die zunächst für eine sehr intensive Gammastrahlung gehalten wurde. 1932 entdeckte CHADWICK, dass es sich bei dieser Strahlung um neutrale Teilchen von ungefähr Protonenmasse handeln muss (siehe Aufgaben): Damit war das Neutron entdeckt.

Der Q -Wert der Reaktion



ist 5,7 MeV.

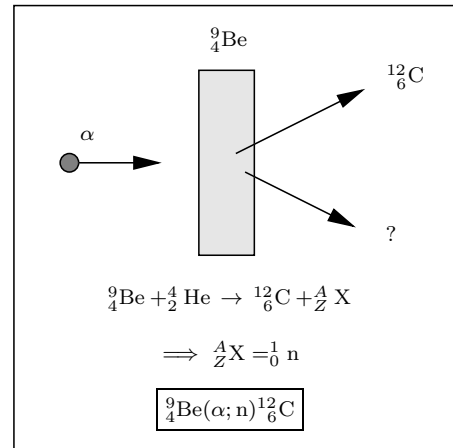


Abb.5.2.1 Entdeckung des Neutrons

Eine praktische Neutronenquelle erhält man, wenn man einen starken Alphastrahler (z.B. ${}^{226}\text{Ra}$) mit einem Mantel aus ${}^9\text{Be}$ umgibt (siehe Abb.5.2.2).

Neutronen sind ideale Geschosse für Kernreaktionen, da der Kern für Neutronen keinen Coulombwall besitzt.

Die Wechselwirkung von Neutronen mit Elektronen ist äußerst schwach, d.h. Neutronen bilden keine Ionen in der Nebelkammer oder im Zählrohr. Schnelle neutrale Atome dagegen ionisieren, da ihre Hüllenelektronen mit den Elektronen der Luftmoleküle in Wechselwirkung treten.

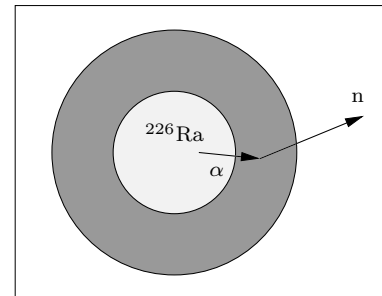


Abb.5.2.2 Neutronenquelle

Nachweismethoden für Neutronen:

1. Indirekt aus Nebelkammerspuren:

Geeignet für schnelle Neutronen. Mit Hilfe des Impulsatzes schließt man auf das Vorhandensein neutraler Teilchen, die keine Spuren hinterlassen.

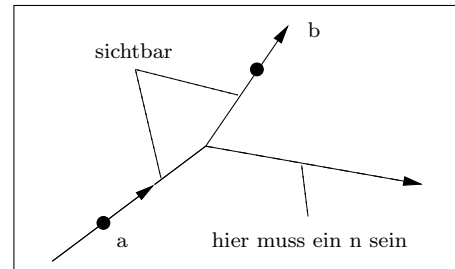


Abb.5.2.3 Nebelkammer

2. Über Kernreaktionen:

Geeignet für langsame Neutronen. Eine mögliche Reaktion zum Nachweis von Neutronen ist



Die Innenwand eines Zählrohrs wird mit Bor oder einer Borverbindung ausgekleidet. Registriert werden die von den Neutronen erzeugten Alphateilchen.

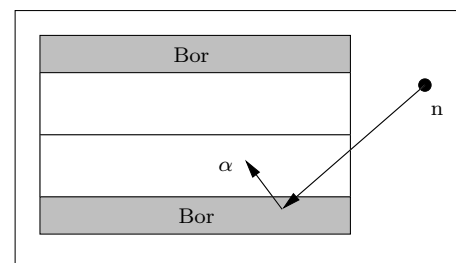


Abb.5.2.4 Zählrohr

Beim Beschuss von Kernen mit Neutronen hält sich ein schnelles Neutron weniger lang im Bereich der Kernkräfte auf als ein langsames Teilchen, d.h. der Wirkungsquerschnitt σ für eine Kernreaktion nimmt mit wachsender Neutronengeschwindigkeit ab.

Neben den **Kernreaktionen** wechselwirken Neutronen noch durch **elastische Stöße** mit den Kernen.

Die durch Kernreaktionen entstehenden Neutronen besitzen meistens große kinetische Energien (bis zu 10 MeV), die günstigen Wirkungsquerschnitte (Resonanzen) für weitere Reaktionen

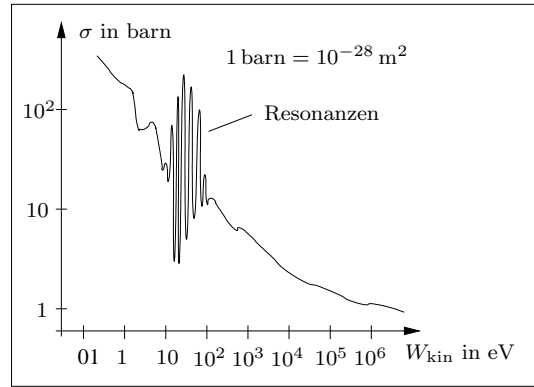


Abb.5.2.5 Wirkungsquerschnitt für die Spaltung von ^{235}U durch Neutronen

liegen im Bereich von 10 eV bis zu 100 eV. Die schnellen Neutronen müssen also, um weitere Kernreaktionen auslösen zu können, abgebremst werden. Diese Abbremsung schneller Neutronen heißt **Moderation**, die Bremssubstanz **Moderator** (nicht der Fernsehansager). Bei elastischen Stößen, die hauptsächlich für die Moderation verantwortlich sind, ist die pro Stoß abgegebene Energie am größten, wenn die Kerne der Bremssubstanz dieselbe Masse besitzen wie die Neutronen (siehe Aufgaben). Daneben muss der Wirkungsquerschnitt der Moderatorkerne für Neutronenreaktionen möglichst klein sein, damit nicht zu viele Neutronen verloren gehen. Bevorzugte Moderatoren sind also stark wasserstoffhaltige Medien wie Wasser und Paraffin ($\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$), auch Beryllium und Grafit (spezielle Form des Kohlenstoffs). In Abhängigkeit vom Streuwinkel kann ein Neutron 0 bis 100 % seiner kinetischen Energie bei einem Stoß mit einem Proton abgeben. Es gilt folgende Faustregel:

Der Mittlere Energieverlust eines Neutrons pro Stoß beträgt 50% des maximal möglichen Energieverlustes, der beim zentralen Stoß auftritt.

In einem Material mit einem kleinen Wirkungsquerschnitt für Kerneaktionen mit Neutronen verhalten sich die einmal abgebremsten Neutronen wie ein freies **Neutronengas**, das im thermischen Gleichgewicht mit seiner Umgebung steht. Für die mittlere kinetische Energie der Neutronen gilt also

$$\langle W_{\text{kin}} \rangle = \frac{3}{2} k T \tag{5.2.3}$$

(thermische Neutronen)

5.3 Die Kernspaltung (Fission)

Bei der Kernspaltung bricht ein schwerer Kern in zwei leichtere auseinander. Kernspaltungen werden im Allgemeinen durch Neutronenbeschuss eingeleitet. Da schwere Kerne im Verhältnis etwas mehr Neutronen besitzen als leichte ($\frac{N(A)}{A}$ ist monoton steigend), entstehen bei der Spaltung meistens einige freie Neutronen, die sogenannten **prompten Spaltneutronen**. Mit dem Zwischenkern Y (**Compoundkern**) lautet die Reaktionsgleichung der Spaltung

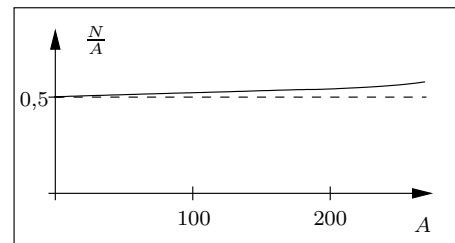
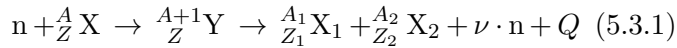


Abb.5.3.1 $\frac{N(A)}{A}$



mit $A + 1 = A_1 + A_2 + \nu$ und $Z = Z_1 + Z_2$.

Da die Protonen-, Neutronen- und Elektronenzahlen sich bei der Spaltung nicht ändern, ist der Q -Wert der Spaltung gleich der Differenz der Bindungsenergien

$$Q = B(A) - B(A_1) - B(A_2) \quad (5.3.2)$$

Wir vernachlässigen hier die Bindungsenergien der Elektronen, deren Beitrag sicher kleiner als 1 MeV ist. Natürlich ist $B(A)$ keine eindeutig definierte Funktion, da verschiedene Kerne mit der gleichen Massenzahl (Isobare) verschiedene Bindungsenergien haben. Im Kapitel über den Alphazerfall haben wir aber eine Näherung für $B(A)$ hergeleitet (4.4.13):

$$B(A) \approx (-9,466 A + 0,0081 A^2) \text{ MeV} \quad (5.3.3)$$

Mit einem prompten Spaltneutron ($\nu = 1$) ist $A_2 = A - A_1$ und es folgt

$$Q(A_1) = B(A) - B(A_1) - B(A - A_1) \approx 0,016 \text{ MeV} \cdot (A A_1 - A_1^2) \quad (5.3.4)$$

Das Maximum von Q liegt bei $A_1 = A/2$ und beträgt $Q_{\max} \approx 0,004 \text{ MeV} \cdot A^2$. Für $A = 240$ erhält man $Q_{\max} = Q(120) \approx 230 \text{ MeV}$, $Q(80) \approx 207 \text{ MeV}$ und $Q(60) \approx 175 \text{ MeV}$.

Bei der Spaltung eines schweren Kerns werden der Größenordnung nach 200 MeV frei.

Die bei einer Spaltung entstehenden Kerne sind äußerst instabil, da sie zu viele Neutronen enthalten. Die überschüssigen Neutronen werden entweder direkt ausgestoßen (Neutronenzerfall, **prompte Zerfallsneutronen**) oder durch Betazerfall in Protonen verwandelt. Auch ein durch Betazerfall entstandener Kern kann noch ein Neutron aussenden, das aber wegen der Halbwertszeit des Betazerfalls verzögert auftritt (**verzögerte Zerfallsneutronen**). Die bei der Spaltung sofort auftretenden (prompten) Neutronen sind also die prompten Spaltneutronen und die prompten Zerfallsneutronen.

Für einen durch Neutroneneinfang gebildeten Compoundkern gibt es immer mehrere Zerfallsmöglichkeiten. Als Beispiel betrachten wir die wahrscheinlichsten Zerfälle von ${}^{235}\text{U}$:

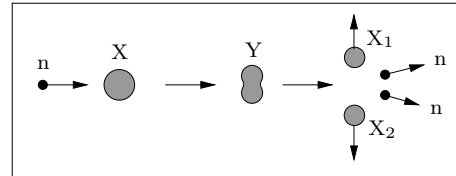


Abb.5.3.2 Spaltung

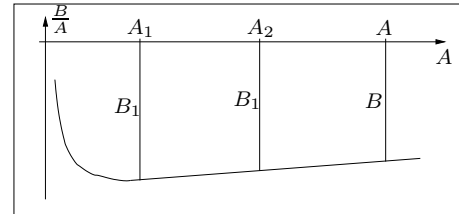


Abb.5.3.3 $\frac{B(A)}{A}$

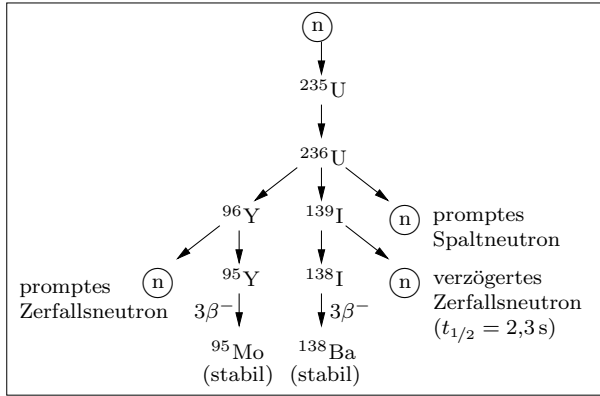


Abb.5.3.4 $^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{138}\text{Ba} + ^{95}\text{Mo} + 3\text{n}$

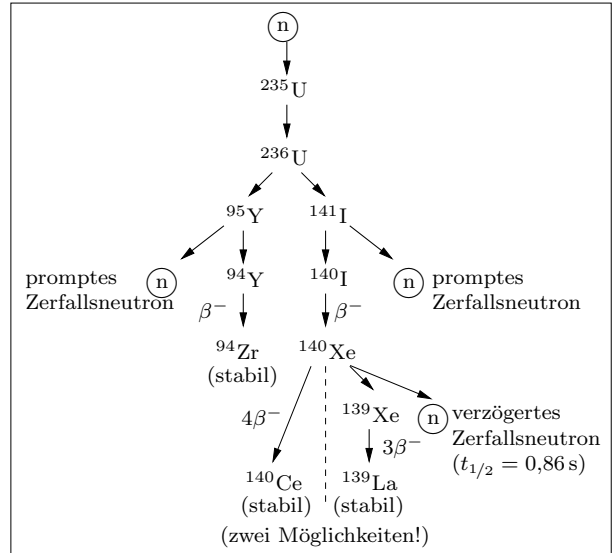


Abb.5.3.5 $^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow \begin{cases} ^{140}\text{Ce} + ^{94}\text{Zr} + 2\text{n} \\ ^{139}\text{La} + ^{94}\text{Zr} + 3\text{n} \end{cases}$

Während der Spaltung eines Kerns entfernen sich die beiden Spaltprodukte X_1 und X_2 des Compoundkerns voneinander. Die potentielle Energie zwischen X_1 und X_2 bezeichnen wir mit $V(r)$. Bei manchen Spaltungen (z.B. $n + ^{238}\text{U}$) muss eine Energieschwelle ΔW überwunden werden (**Initialenergie**), um die Spaltung zu ermöglichen. Diese Energie muss das die Spaltung auslösende Neutron als kinetische Energie mitbringen. Bei ^{238}U ist $\Delta W = 1,5\text{ MeV}$, d.h. man braucht schnelle Neutronen zur Spaltung. Bei einigen Isotopen (siehe Abb. 5.3.6) ist $\Delta W = 0$ und es genügen daher thermische Neutronen zur Einleitung der Spaltung. Da bei langsamen Neutronen der Wirkungsquerschnitt für die Spaltung größer ist als bei schnellen (siehe Abb. 5.2.5), sind die Isotope mit $\Delta W = 0$ die geeigneten Materialien für Atomreaktoren und Atombomben.

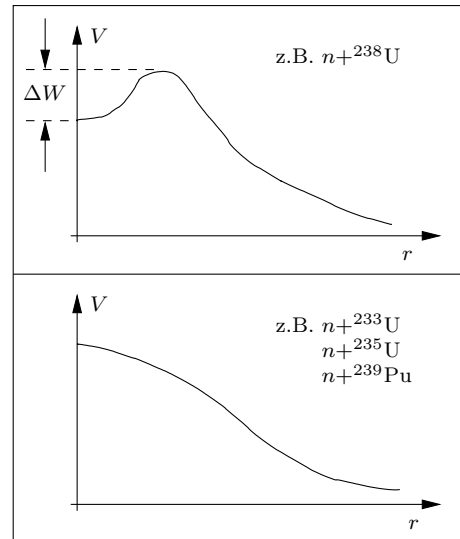


Abb.5.3.6 Potentielle Energie zwischen primären Spaltprodukten

Die bei einer Spaltung frei werdenden Neutronen können weitere Spaltungen einleiten. Die Zahl k der weiteren Spaltungen, die im Mittel von den frei werdenden Neutronen einer Spaltung eingeleitet werden, heißt **Vervielfältigungsfaktor**. Für $k \geq 1$ setzt eine **Kettenreaktion** ein, d.h. alle vorhandenen Kerne des Isotops werden gespalten. Um den zeitlichen Ablauf einer Kettenreaktion näher zu untersuchen, führen wir folgende Begriffe ein:

- μ_p : Zahl der im Mittel bei einer Spaltung erzeugten **prompten** Neutronen
- μ_v : Zahl der im Mittel bei einer Spaltung erzeugten **verzögerten** Neutronen
- μ_g : Gesamtzahl der im Mittel bei einer Spaltung erzeugten Neutronen

Natürlich gilt

$$\mu_g = \mu_p + \mu_v \tag{5.3.5}$$

Von den bei den Spaltungen erzeugten Neutronen wird durch $(n; \gamma)$ -Reaktionen der Bruchteil a absorbiert, vom Rest entweicht der Bruchteil b aus dem spaltbaren Material. Die verbleibenden Neutronen leiten dann weitere Spaltungen ein, d.h. der Vervielfältigungsfaktor ist

$$k = \mu_g \cdot (1 - a) \cdot (1 - b) \tag{5.3.6}$$

5 Kernreaktionen

Der Wert von b ist vom Spaltquerschnitt σ und von der geometrischen Form des spaltbaren Materials, insbesondere vom Verhältnis v von Oberfläche zu Volumen, abhängig. Am wenigsten Neutronen entweichen, wenn v möglichst klein ist, d.h. für eine kugelförmige Anordnung des spaltbaren Materials. Ist r der Kugelradius, dann gilt

$$v = \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3}{r}, \quad (5.3.7)$$

d.h. neben der reinen Form ist v auch noch von der Größe abhängig. Andererseits muss, um b möglichst klein zu halten, σ möglichst groß werden, d.h. die ursprünglich schnellen Spalt- und Zerfallsneutronen müssen durch einen Moderator auf thermische Energien abgebremst werden. Wir betrachten jetzt eine Kugel aus einem spaltbaren Material. Für eine kleine Masse und damit einem kleinen Radius ist v und somit auch b groß und damit k klein. Mit wachsendem m wird k größer, bis bei der **kritischen Masse** m_{kr} der Wert $k = 1$ erreicht wird und die Kettenreaktion einsetzt.

Neben (5.3.6) definiert man noch den prompten Vervielfältigungsfaktor

$$k_p = \mu_g \cdot (1 - a_p) \cdot (1 - b_p), \quad (5.3.8)$$

wobei a_p und b_p durchaus von a und b verschieden sein können, da die prompten Neutronen nicht die gleichen Energien haben wie die verzögerten.

Die mittlere Zeit τ_p zwischen einer Spaltung und den von den prompten Neutronen ausgelösten nächsten Spaltungen heißt (prompte) **Generationszeit**. τ_p liegt ohne Moderator in der Größenordnung 10^{-8} s, die verzögerte Generationszeit τ_v dagegen ist ca. 10^9 mal größer. Außerdem gibt es ungefähr hundert mal mehr prompte als verzögerte Neutronen ($\mu_p \approx 10^2 \cdot \mu_v$), d.h. für $k_p > 1$ (prompt kritisch) hängt die zeitliche Entwicklung der Kettenreaktion nur von τ_p ab. Die Zahl N der im Spaltmaterial vorhandenen freien Neutronen und damit auch die Zahl der momentan stattfindenden Spaltungen erhöht sich in der Zeitspanne τ_p um den Faktor k_p :

$$\boxed{N(n \cdot \tau_p) = N(0) \cdot k_p^n} \quad (5.3.9)$$

Für $k_p > 1$ wächst N also exponentionell mit der Zeit, d.h. es kommt zu einer explosionsartigen Freisetzung der Spaltenergie (Bombe). Bei der Spaltungsbombe werden durch einen chemischen Sprengstoff unterkritische Massen zu einer kritischen Masse zusammengeschossen, in deren Kern eine kleine Neutronenquelle sitzt.

Um kontrolliert Kernenergie zu gewinnen, muss also $k_p < 1$ und $k \gtrsim 1$ sein. Im Kernreaktor werden die Brennstäbe (das spaltbare Material) in einen Moderator (schweres Wasser oder Graphit) getaucht und zur Kontrolle des Neutronenflusses werden noch Steuerstäbe aus einem Neutronenabsorber (z.B. Cadmium) eingebracht.

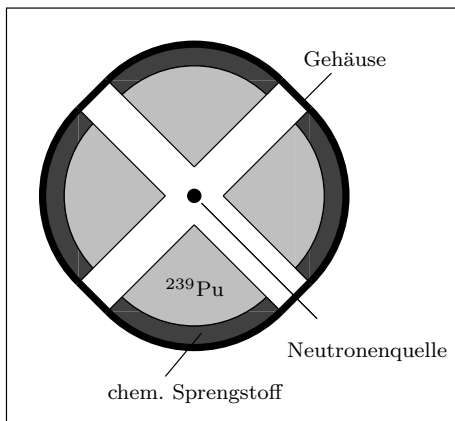


Abb.5.3.7 Spaltungsbombe

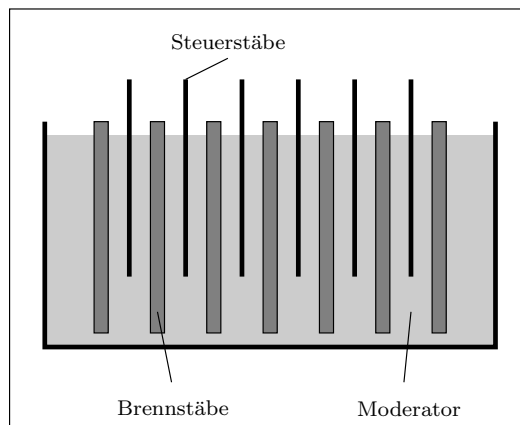


Abb.5.3.8 Kernreaktor

5.4 Die Kernverschmelzung (Fusion)

Wie die Spaltung schwerer Kerne läuft die **Fusion** (Verschmelzung) leichter Kerne i.A. **exotherm** ab (siehe Abb.5.4.1). Die Schwierigkeit bei der Fusion ist die Überwindung des Coulombwalls zwischen den Kernen, was Temperaturen von einigen Millionen Kelvin erfordert (siehe Aufgaben). Da die meisten Kernstöße nicht zentral erfolgen, ist der Wirkungsquerschnitt für eine Fusionsreaktion sehr klein. Es genügt also nicht, beschleunigte Kerne aufeinanderzuschießen, sondern es muss

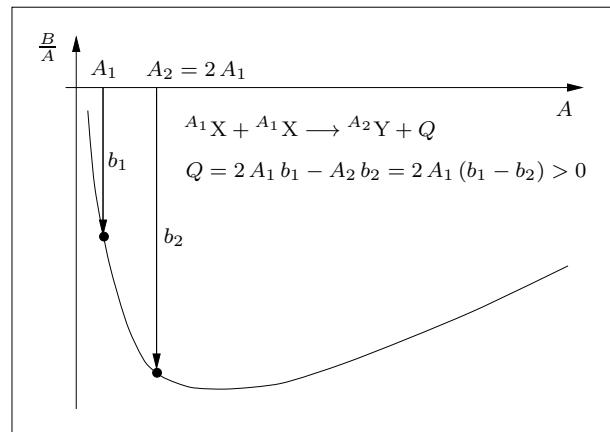
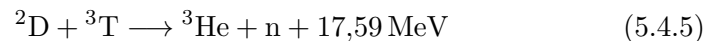
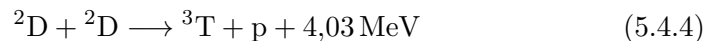
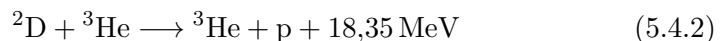
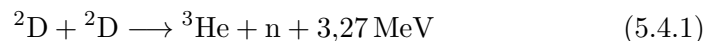


Abb.5.4.1 Bindungsenergie pro Nukleon

ein heißes Gas aus Kernen und Elektronen (ein sogenanntes **Plasma**) erzeugt werden (jeder Kern hat dann viele Versuche, eine Fusion einzugehen). Das heiße Plasma darf nicht mit den Gefäßwänden in Berührung kommen, da es sonst sofort abkühlen würde (den Gefäßwänden würde es auch nicht gut tun). Da das Plasma aus isolierten Kernen und Elektronen besteht, kann es in **magnetischen Flaschen** eingeschlossen werden.

Als Beispiel betrachten wir die Fusion von Deuterium zu Helium, die auf zwei Arten, jeweils als zweistufiger Prozess, ablaufen kann (berechne die angegebenen Q -Werte als Aufgabe):



Bei der Fusion von 1 kg Deuterium wird die Energie

$$W = \frac{1}{3} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{2 u} \cdot 21,6 \text{ MeV} = 3,47 \cdot 10^{14} \text{ J} \quad (5.4.7)$$

frei, was der Sprengkraft von 87 Millionen kg TNT entspricht.

Zum Vergleich die Energie, die bei der Spaltung von 1 kg eines schweren Isotops ungefähr frei wird:

$$W \approx 200 \text{ MeV} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{240 u} = 8 \cdot 10^{13} \text{ J} \quad (5.4.8)$$

Bis auf die Kernenergie (Kernspaltung) und die Energie aus Gezeitenkraftwerken (Ausnutzung der potentiellen und kinetischen Energien des Systems Erde-Sonne-Mond) ist jede vom Menschen genutzte Energie ursächlich auf die Sonnenenergie und damit auf Kernfusion zurückzuführen.

Der Mensch nutzt die Kernfusion bisher leider nur in der Fusionsbombe (Wasserstoffbombe, H-Bombe), bei der eine „kleine“ Spaltungsbombe als Zünder verwendet wird, um die nötigen Temperaturen für die Fusion zu erzeugen. An der friedlichen Nutzung der Fusion arbeitet man schon Jahrzehnte, aber die technischen Schwierigkeiten sind immens. Als Brennstoff für die Fusion stände uns Deuterium in Form von schwerem Wasser (D_2O) fast uneingeschränkt zur Verfügung (0,015% des gesamten Wasserstoffs).

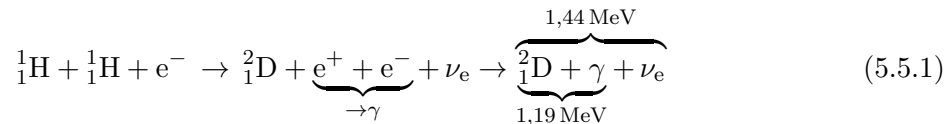
Die abgebrannten Brennstäbe aus Spaltungsreaktoren enthalten hunderte radioaktiver Spaltprodukte, die die Nachwelt auf Jahrtausende belasten. Bei der Fusion dagegen ist das Endprodukt

das ungefährliche Helium, aber ganz so sauber ist ein Fusionsreaktor auch nicht: Die freigesetzten Neutronen rufen in den Wänden des Reaktors Kernreaktionen hervor, die das vorher harmlose Material in radioaktive Substanzen verwandeln.

Wenn das ganze Geld und Knowhow, das bisher in die Kernenergie gesteckt wurde, zur Erforschung alternativer Energien (effektive Solarzellen und Batterien, Brennstoffzellen) verwendet worden wäre, stände uns gewiss schon eine funktionierende, rentable und saubere Energiequelle zur Verfügung.

5.5 Energieerzeugung in Sternen

Die Materie, die beim Urknall entstand, besteht zu 75% aus Wasserstoff und zu 25% aus Helium. Sterne der ersten Generation bestehen aus dieser Urmaterie. In jungen Sternen der ersten Generation entsteht die Energie durch das H-Brennen, der Fusion von ^1_1H zu ^4_2He . Bei der Fusion von zwei Protonen zu einem Deuteriumkern entsteht noch ein Positron (e^+) und ein Neutrino (ν_e , Ruhmasse ≈ 0). Das Positron zerstrahlt mit einem Elektron nach kurzer Zeit in Photonen (γ) (mindestens zwei wegen des Impulssatzes):



Bei dieser Reaktion wird die Energie

$$\Delta W = (2m_p + m_e - m_{\text{K,D}}) c^2 = 1,44\text{ MeV} \quad (5.5.2)$$

frei, wobei 0,25 MeV auf das Neutrino entfallen, die verbleibenden 1,19 MeV verteilen sich auf den Deuteriumkern (kinetische Energie) und auf die Photonen. Die Wechselwirkung der Neutrinos mit Materie ist so schwach, dass diese Teilchen fast ungehindert durch einen ganzen Stern fliegen. Die 0,25 MeV Neutrinoenergie trägt also nichts zur Leuchtkraft eines Sterns bei.

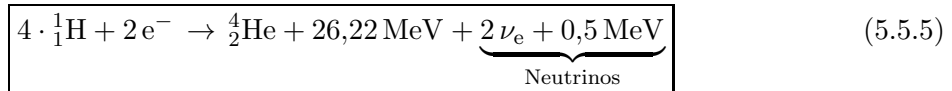
Ein entstandener Deuteriumkern kann jetzt weiter mit einem Proton verschmelzen:



Zwei ^3_2He -Kerne reagieren zu



Zweimal die Reaktionen (5.5.1) und (5.5.3) und einmal die Reaktion (5.5.4) ergeben zusammen (**pp-Kette**)



Die Verschmelzung von vier Protonen zu einem He4-Kern (**H-Brennen**) trägt also die Energie 26,22 MeV zur Leuchtkraft eines Sterns bei.

Damit die Fusion zweier Protonen einsetzen kann, müssen sie sich bis auf ca. $6 \cdot 10^{-15}\text{ m}$ annähern. Die potentielle Energie zwischen zwei Protonen setzt sich aus dem Anteil der starken Kraft (YUKAWA) und dem der elektrischen Kraft (COULOMB) zusammen:

$$W_{\text{pot}} = -\frac{A}{r} e^{-\mu r} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (5.5.6)$$

mit

$$A = \frac{\hbar c}{4\pi} \quad \text{und} \quad \mu = \frac{m_p c}{\hbar} \quad (5.5.7)$$

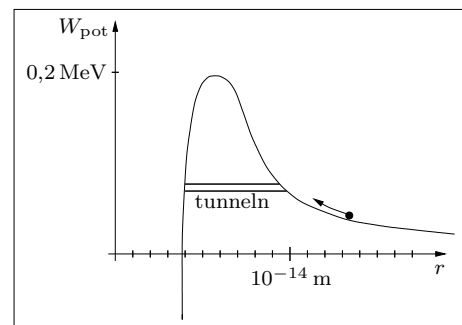


Abb.5.5.1 p-p-Fusion

Das Maximum von $W_{\text{pot}}(r)$ liegt bei $r_0 = 5,84 \cdot 10^{-15}\text{ m}$ und $W_{\text{pot}}(r_0) = 0,197\text{ MeV}$. Wenn die

5 Kernreaktionen

Protonen zentral und mit gleichen Geschwindigkeiten zusammenstoßen, muss jedes Proton die kinetische Energie $W_0 = 0,5 \cdot W_{\text{pot}}(r_0)$ besitzen. Wenn die mittlere Energie der Protonen gleich W_0 wäre, müsste die Temperatur wegen

$$\frac{3}{2} k T = W_0 \quad (5.5.8)$$

den sehr hohen Wert $T_0 = 7,6 \cdot 10^8$ K haben, die Temperatur im Zentrum der Sonne ist aber nur $T_Z = 1,5 \cdot 10^7$ K. Wenn die Temperatur den Wert T_0 hätte, würden allerdings alle Protonen in kürzester Zeit fusionieren und die Sonne würde explodieren (riesige Wasserstoffbombe!).

Nach der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung (siehe Aufgaben zu den Planetenatmosphären) ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Proton bei der Temperatur T_Z eine Energie $\geq W_0$ besitzt, nur $p(W_0) = 7,4 \cdot 10^{-131}$. Die Zahl der Protonen in der Sonne ist

$$N_p = \frac{0,75 \cdot M_\odot}{m_p} = 9,0 \cdot 10^{56}, \quad (5.5.9)$$

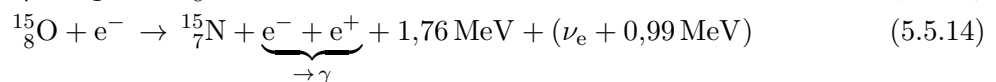
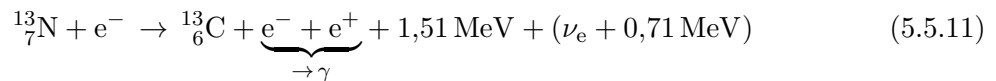
d.h. **kein** Proton in der Sonne ($p \cdot N_p = 6,7 \cdot 10^{-74}$!!) hat die nötige Energie, eine Fusion einzuleiten! Aber hier kommt die Quantenmechanik ins Spiel, genauer gesagt der Tunneleffekt. Die Protonen müssen nicht über den Gipfel des Potentialwalls, sondern sie können mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit $p_T(W)$ schon beim Erreichen der potentiellen Energie W durch den Wall hindurchtunneln (siehe Abb.5.5.1). Die Wahrscheinlichkeit $p(W)$, dass ein Proton bei der Temperatur T_Z eine Energie $\geq W$ besitzt, hängt sehr stark von W ab, wie folgende Wertetabelle zeigt:

W	W_0	$\frac{W_0}{2}$	$\frac{W_0}{4}$	$\frac{W_0}{8}$	$\frac{W_0}{16}$
$p(W)$	$7,4 \cdot 10^{-131}$	$2,7 \cdot 10^{-65}$	$1,4 \cdot 10^{-32}$	$2,6 \cdot 10^{-16}$	$3,1 \cdot 10^{-8}$

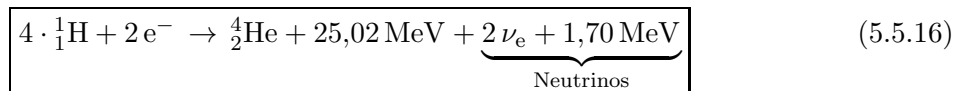
Tab.5.5.1 Die Zahlenwerte erhält man durch Integration der Maxwellverteilung

Einer Verringerung von W auf ein Viertel entspricht eine Änderung der Wahrscheinlichkeit um hundert Zehnerpotenzen! Das ist die Arbeitsweise von Exponentialfunktionen. Die Tunnelwahrscheinlichkeit $p_T(W)$ hängt exponentiell von der Dicke der Potentialbarriere ab und ist nur für dünne Barrieren wesentlich von null verschieden. Die Gesamtwahrscheinlichkeit für eine Fusion hängt auch noch von der Zahl der Protonenstöße in der Zeiteinheit ab; diese Zahl wächst mit der Dichte. Alles in allem ergibt sich, dass im Zentrum der Sonne jede Sekunde ungefähr eines von $2,5 \cdot 10^{16}$ Protonen eine Fusion eingeht.

In Sternen mit höheren Temperaturen ($1,5 \cdot 10^7$ K bis $3 \cdot 10^7$ K) gibt es eine andere Reaktionsfolge des H-Brennens, den **CNO-Zyklus** (BETHE-WEIZSÄCKER):



Zusammenfassend lautet die Bilanz des CNO-Zyklus (${}^{12}\text{C}$ dient nur als Katalysator):



6 Wie die Physik unsere Welt beschreibt

6.1 Die Welt im Kleinen - Das Standardmodell

Die Fülle von bekannten „Elementarteilchen“ versuchte man in den Sechzigerjahren durch folgende Klassifikation in den Griff zu bekommen:

	Von der starken WW beeinflusst (Hadronen)	Nicht von der starken WW beeinflusst
Fermionen (halbzahliger Spin)	Baryonen (p, n, Λ , Σ , ...)	Leptonen (e^- , μ^- , τ^- , ν , ...)
Bosonen (ganzzahliger Spin)	Mesonen (π , K, μ , ...)	Photon, Graviton W^+ , W^- , Z^0

Tab.6.1.1 Klassifikation der Elementarteilchen

Die meisten dieser Teilchen sind aber nicht wirklich elementar, sondern aus anderen Teilchen zusammengesetzt. Nach heutiger Sicht gibt es zwei elementare Teilchenfamilien, die **Quarks** und die **Leptonen** und zusätzlich noch die Austauscheteilchen der Wechselwirkungen zwischen diesen Teilchen. Die Eigenschaften dieser Teilchen des **Standardmodells der Elementarteilchen** findet man in den Tabellen Tab.6.1.3 und Tab.6.1.4, die dem ausgezeichneten Buch von **Yuval Ne'eman** und **Yoram Kirsh** entnommen sind (siehe [6]).

Nach dem Standardmodell bestehen die Baryonen aus drei Quarks, die Anitbaryonen aus drei Antiquarks und Mesonen aus einem Quark-Antiquark-Paar (siehe Tab.6.1.2).

Baryonen		Mesonen	
Teilchen	Antiteilchen	Teilchen	Antiteilchen
$p = uud$	$\bar{p} = \bar{u}\bar{u}\bar{d}$	$\pi^+ = u\bar{d}$	$\pi^- = d\bar{u}$
$n = udd$	$\bar{n} = \bar{u}\bar{d}\bar{d}$	$\pi^0 = u\bar{u}$	$\pi^0 = u\bar{u} = \pi^0$
$\Lambda^0 = uds$	$\bar{\Lambda}^0 = \bar{u}\bar{d}\bar{s}$	$B^0 = b\bar{d}$	$\bar{B}^0 = d\bar{b}$
$\Omega^- = sss$	$\bar{\Omega}^+ = \bar{s}\bar{s}\bar{s}$	$B^+ = u\bar{b}$	$B^- = b\bar{u}$

Tab.6.1.2 Beispiele für den Aufbau von Teilchen aus Quarks

	elektrische Ladung in e	Generation		
		1	2	3
Quarks	$\frac{2}{3}$	u Up $W_0 = 5 \text{ Mev}$	c Charm $W_0 = 1500 \text{ Mev}$	t Top $W_0 = 174000 \text{ Mev}$
	$-\frac{1}{3}$	d Down $W_0 = 10 \text{ Mev}$	s Strange $W_0 = 200 \text{ Mev}$	b Bottom $W_0 = 4700 \text{ Mev}$
Leptonen	0	ν_e Elektronneutrino $W_0 \approx 0$	ν_μ Myonneutrino $W_0 \approx 0$	ν_τ Tauneutrino $W_0 \approx 0$
	-1	e^- Elektron $W_0 = 0,511 \text{ Mev}$	μ^- Myon $W_0 = 105 \text{ Mev}$	τ^- Tauon $W_0 = 1777 \text{ Mev}$

Tab.6.1.3 Die Elementarteilchen des Standardmodells. Zu jedem der aufgeführten Teilchen gibt es noch das Antiteilchen mit entgegengesetzter Ladung. Zudem erscheint jedes Quark in drei verschiedenen „Farben“.

Wechselwirkung	Eigenschaften der Austauscheteilchen				
	Teilchen	W_0	Ladung	Spin	Lebensdauer
stark	8 Gluonen	0	0	1	stabil
elektromagnetisch	Photon	0	0	1	stabil
schwach	W^+, W^-	80 GeV	+1, -1	1	$1,5 \cdot 10^{-25}$ s
	Z^0	91 GeV	0	1	$1,3 \cdot 10^{-25}$ s
Gravitation	Graviton	0	0	2	stabil

Tab.6.1.4 Die Austauscheteilchen der fundamentalen Wechselwirkungen

Der grundlegende physikalische Formalismus zur Beschreibung der Teilchen ist die **Quantenfeldtheorie** (QFT), eine speziell-relativistische Verallgemeinerung der Quantenmechanik. In der klassischen Physik entsprechen der QFT die Newton'schen Gesetze. Wie die Newton'sche Gravitationstheorie eine spezielle Wechselwirkung im Rahmen der Newton'schen Mechanik beschreibt, gibt es Beschreibungen der fundamentalen Wechselwirkungen im Rahmen der QFT:

Wechselwirkung	Theorie			
elektrisch	QED: Quantenelektrodynamik	Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung	GUT	TOE
schwach				
stark	QCD: Quantenchromodynamik			
Gravitation	Quantengravitation			

Tab.6.1.5 Die Theorien der fundamentalen Wechselwirkungen

Das Kapitel „Quantengravitation“ ist im Rahmen der QFT leider noch nicht geschrieben. Die bisher beste Beschreibung der Gravitation liefert Einsteins allgemeine Relativitätstheorie. Ein guter Kandidat für die Quantengravitation und eine Vereinheitlichung aller vier Wechselwirkungen (**TOE: Theory Of Everything**) ist die Theorie der **Superstrings**, die Teilchen als schwingende Saiten in mehrdimensionalen Räumen behandelt. Eine weitere Theorie, an der fieberhaft gearbeitet wird, ist die Vereinheitlichung der elektroschwachen und der starken Kraft (**GUT: Grand Unified Theory**).

6.2 Die Welt im Großen - Kosmologie

Die Struktur unseres Universums wird hauptsächlich durch die Gravitation bestimmt, d.h. die angemessene Theorie zur Beschreibung des ganzen Weltalls ist die allgemeine Relativitätstheorie.

Die Rotverschiebung des Lichtes ferner Galaxien zeigt, dass sich das Weltall ausdehnt. Eine Rückrechnung ergibt, dass das Universum vor ca. 15 Milliarden Jahren aus einer Singularität (Radius Null, Dichte unendlich) entstand (**Urknall, Big Bang**).

Die wichtigsten Daten der Geschichte unseres Universums findet man in Tabelle 6.2.1.

Die wichtigsten experimentellen Bestätigungen der Urknallhypothese sind:

- Die Rotverschiebung des Lichtes ferner Galaxien.
- Das 3:1-Verhältnis von Wasserstoff zu Helium im Universum (siehe Tab. 6.2.1).
- Die kosmische Hintergrundstrahlung, die 1964 von Robert Wilson und Arno Penzias (Nobelpreis 1978) entdeckt wurde und ein Relikt des Urknalls ist (siehe Tab. 6.2.1). Diese

Strahlung besteht aus energiearmen Photonen, deren Energieverteilung die Gleiche ist wie die der Wärmestrahlung eines schwarzen Körpers mit der Temperatur $T = 2,735 \text{ K}$. 1989 wurde das Spektrum und die Richtungsabhängigkeit der Hintergrundstrahlung mit dem COBE-Satelliten (**CO**smic-**B**ackground-**E**xplorer) genau vermessen. Die Hintergrundstrahlung zeigt ein Abbild des Universums zur Zeit des Entkoppelns von Strahlung und Materie, also ungefähr 300000 Jahre nach dem Urknall. Die COBE-Daten zeigen, dass die Hintergrundstrahlung ungeheuer isotrop ist, aber es wurden auch kleine Schwankungen (die sogenannten „Ripples“) um den Faktor $\approx 10^{-7}$ entdeckt. Daraus folgt, dass es im frühen Universum kleine Dichteschwankungen gab, ohne die es nicht zur Bildung von Galaxien und Sternen gekommen wäre. Wären diese Ripples nicht gefunden worden, müßte man die Urknallhypothese verwerfen. (Siehe [18], [20]).

Die schwereren Elemente wurden und werden in Sternen durch Fusion gebildet. Bei Supernovaexplosionen verteilen sich die schweren Elemente im Weltall und bilden dann neue Sterne und Planetensysteme. Unsere Erde ist also aus Material gemacht, das im Inneren von Sternen (Sonnenn) erzeugt wurde.

Zeit (in s)	Temperatur (in K)	Ereignis
0		Urknall , Ära der Quantengravitation (TOE) Alle vier Wechselwirkungen sind identisch.
$1 \cdot 10^{-43}$	$1 \cdot 10^{32}$	Gültigkeitsgrenze der allgemeinen Relativitätstheorie. Ära der GUT's, die starke und die elektroschwache Kraft sind identisch, aber verschieden von der Gravitation.
$1 \cdot 10^{-35}$	$1 \cdot 10^{28}$	Spontane Symmetriebrechung der GUT's, elektroschwache und starke WW sind jetzt verschieden.
$1 \cdot 10^{-34}$	$1 \cdot 10^{27}$	Start der inflationären Phase (schnelle Ausdehnung)
$1 \cdot 10^{-32}$	$1 \cdot 10^{27}$	Ende der inflationären Phase
$1 \cdot 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{15}$	Spontane Symmetriebrechung der elektroschwachen Kraft, elektromagnetische und schwache WW sind jetzt verschieden, das Universum ist eine Suppe aus Quarks, Leptonen und den Austauscheteilchen (Gluonen, W^\pm , Z^0 , Photonen).
$2 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{13}$	Tauon-Antitauon-Zerstrahlung ($\frac{3}{2} k T < m_\tau$)
$1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{12}$	Quarks vereinigen sich zu Mesonen und Baryonen
$7 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{12}$	Myon-Antimyon-Zerstrahlung ($\frac{3}{2} k T < m_\mu$)
$1 \cdot 10^1$	$5 \cdot 10^9$	Elektron-Positron-Zerstrahlung ($\frac{3}{2} k T < m_e$)
$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^9$	Typische Photonenenergien fallen unter die Bindungsenergie des Deuterons: Beginn der Nukleosynthese (D und ^4He).
$1 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^8$	Teilchen können die Coulombbarrieren nicht mehr überwinden: Ende der Nukleosynthese. Das Universum besteht im Wesentlichen aus Neutrinos, Photonen, freien Protonen und Elektronen und ^4He -Kernen, wobei auf 12 freie Protonen ungefähr ein ^4He -Kern trifft. 25% der Materie bestehen aus Helium, der Rest aus Wasserstoff. Starke Wechselwirkungen der Photonen mit den freien Elektronen (Strahlungsära).
$4 \cdot 10^{12}$	3500	Elektronen und Protonen rekombinieren zu H-Atomen, die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie wird viel unwahrscheinlicher (die Photonenenergien sinken unter die Ionisierungsenergie des Wasserstoffs), das Universum wird „durchsichtig“ (Entkopplung von Strahlung und Materie). Die Wellenlänge der Photonen wird im gleichen Maße größer, wie sich das Universum ausdehnt, d.h. ihre Energie wird immer kleiner. Diese Photonen schwirren heute noch durch das Universum und bilden die kosmische Hintergrundstrahlung, die einen der wichtigsten experimentellen Eckpfeiler für die Urknallhypothese bildet.
$2 \cdot 10^{16}$	20	Start der Galaxienbildung
$3.6 \cdot 10^{17}$		Bildung unseres Sonnensystems
$5 \cdot 10^{17}$	2.735	heute

Tab.6.2.1 Kurze Geschichte des Universums

Literaturverzeichnis

[A] Klassische Physik:

- [1] Ivars Peterson. *Was Newton nicht wusste, Chaos im Sonnensystem*. Birkhäuser, 1994
Eine gelungene Darstellung der Geschichte der Newton'schen Mechanik, bis hin zu den komplizierten Computersimulationen unseres Sonnensystems.

[B] Quantenmechanik, Teilchenphysik, Weltformel:

- [2] John Gribbin. *Auf der Suche nach Schrödingers Katze*. Piper, 1987
Ein faszinierendes Buch über die Quantenmechanik und ihre Interpretationen.
- [3] John Gribbin. *Schrödingers Kätzchen und die Suche nach der Wirklichkeit*. S. Fischer, 1996
Neuere Einsichten in die Quantenmechanik und ihre Interpretationen. Fortsetzung von *Auf der Suche nach Schrödingers Katze*.
- [4] Richard P. Feynman. *QED*. Piper, 1992
Eine anschauliche Einführung in die Quantenelektrodynamik, von einem ihrer großen Meister.
- [5] Murray Gell-Mann. *Das Quark und der Jaguar*. Piper, 1995
Der Nobelpreisträger und Entdecker der Quarks beschreibt in seinem ersten populärwissenschaftlichen Buch zunächst die Grundgesetze unserer Welt (Quantenmechanik, Elementarteilchen) und dann die komplexen Strukturen, die aus den „einfachen“ Gesetzen entstehen.
- [6] Yuval Ne'eman, Yoram Kirsh. *Die Teilchenjäger*. Springer Verlag, 1995
Ein hervorragendes Buch, das neben der Theorie auch die Werkzeuge (Beschleuniger und Detektoren) und die geschichtliche Entwicklung der Teilchenphysik darstellt.
- [7] Paul Davies, Julian R. Brown (Hrsg.). *Superstrings, Eine Allumfassende Theorie der Natur in der Diskussion*. dtv, 1996
Superstrings bieten die verlockende Aussicht, die *Weltformel* vielleicht gefunden zu haben.
- [8] Paul Davies, John Gribbin. *Auf dem Weg zur Weltformel*. dtv, 1996
Superstrings, Chaos, Komplexität. Ein äußerst lesenswertes Buch über den neuesten Stand der Physik.
- [9] Steven Weinberg. *Der Traum von der Einheit des Universums*. C. Bertelsmann, 1993
Das zweite populärwissenschaftliche Werk des bekannten Physikers und Nobelpreisträgers. Hervorragend!
- [10] John D. Barrow. *Theorien für Alles, Die philosophischen Ansätze der modernen Physik*. Spektrum, Akad. Verl., 1992
Grundlegende Untersuchungen zur Ideenbildung in der Physik.

[C] **Relativitätstheorie, schwarze Löcher, Kosmologie:**

- [11] Kip S. Thorne. *Gekrümmter Raum und verbogene Zeit*. Droemer Knauer, 1994
Eine anschauliche und gut lesbare Darstellung der allgemeinen Relativitätstheorie und ihrer Auswirkungen auf die moderne Astrophysik und Kosmologie, verfasst von einem der führenden Wissenschaftler auf diesem Gebiet (Roger Penrose). Wohl die beste allgemein verständliche Einführung in die Theorie der Gravitation und der schwarzen Löcher, bis hin zu den Wurmlöchern und der Möglichkeit von Zeitreisen.
- [12] Frank J. Tipler. *Die Physik der Unsterblichkeit*. Piper, 1994
„Moderne Kosmologie, Gott und die Auferstehung der Toten“, nicht aus der Sicht eines Esoterikers, sondern aus der eines renommierten Physikers. Tipler entwickelt seine Ideen auf der Grundlage von Quantenmechanik, allgemeiner Relativitätstheorie und Informationstheorie.
- [13] Stephen W. Hawking. *Eine kurze Geschichte der Zeit*. Rowohlt, 1988
Der populärwissenschaftliche Klassiker von einem der besten Physiker unserer Zeit.
- [14] Stephen W. Hawking. *Einsteins Traum*. Rowohlt, 1993
Fortsetzung von „Eine kurze Geschichte der Zeit“.
- [15] Paul Davies. *Die Unsterblichkeit der Zeit*. Scherz, 1997
Urknall, schwarze Löcher, Überlichtgeschwindigkeit, Zeitreisen: Nicht als Sciencefiction, sondern als pure **Science**, dargestellt von dem berühmten theoretischen Physiker.
- [16] Paul Davies. *Sind wir allein im Universum? Über die Wahrscheinlichkeit außerirdischen Lebens*. Scherz, 1996
Der bekannte Physiker spielt mit klarer Logik alle Argumente für und gegen die Existenz außerirdischen Lebens durch und zeigt die Konsequenzen auf, die die Entdeckung von Leben nichtirdischen Ursprungs für unser Weltbild hätte.
- [17] John Gribbin. *Jenseits der Zeit, Experimente mit der 4. Dimension*. bethendorf, 1995
Relativitätstheorie, schwarze Löcher, Zeitreisen ..., ähnlich wie [15].
- [18] John Gribbin. *Am Anfang war ... Neues zum Urknall und der Evolution des Kosmos*. Birkhäuser, 1995
Die Evolution des Universums vom Urknall bis zum Menschen. Das Universum als lebendiges System neben vielen anderen Universen.
- [19] Steven Weinberg. *Die ersten drei Minuten*. Piper, 1978
Der allgemeinverständliche Klassiker zum Thema Urknall, verfasst von dem international bekannten Physiker und Nobelpreisträger.
- [20] Michael Riordan, David N. Schramm. *Die Schatten der Schöpfung, Dunkle Materie und die Struktur des Universums*. Spektrum, Akad. Verl., 1993
Vom Urknall zur großräumigen Struktur des heutigen Universums und die Rolle, die die *Dunkle Materie* (ca. 90% der Gesamtmasse des Universums!) dabei spielt. Eine detaillierte Beschreibung der Vorgänge nach dem Urknall. Lesenswert!!
- [21] I. D. Nowikow. *Schwarze Löcher im All*. Verlag Harri Deutsch, 1989
Ein kleines, aber feines Büchlein des bekannten russischen Physikers.
- [22] George Gamov. *Mr. Tompkins' seltsame Reisen durch Kosmos und Mikrokosmos*. Vieweg, 1980
Mr. Tompkins Berichte über seine Reisen durch das Relativitätsland und den Quantenschwungel sind amüsant zu lesen.

- [23] Leslie Marder. *Reisen durch die Raum-Zeit*. Vieweg, 1979
Ein Buch über die spezielle Relativitätstheorie mit einer ausführlichen Darstellung des Zwillingsparadoxons.
- [24] Albert Einstein. *Über spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*. Vieweg, 1969
Das allgemein verständliche Büchlein Einsteins über sein Werk.
- [25] Albert Einstein. *Grundzüge der Relativitätstheorie*. Vieweg, 1973
Einsteins Darstellung der Relativitätstheorie für den mathematisch gebildeten Leser.
- [26] Lawrence M. Krauss. *Die Physik von Star Trek*. Heyne, 1996
Die physikalischen Erungenschaften der Science Fiction Serie **STAR TREK** (Warp-Geschwindigkeiten, Beamen, Zeitreise, ...) werden auf ihren möglichen Realitätsgehalt hin untersucht. Krauss ist Professor für Physik und Astronomie an der Case Western University in Cleveland, Ohio.
- [D] **Lehrbücher:**
- [27] Paul A. Tipler. *Physik*. Spektrum-Akademische VLG, 1994
Ein Physiklehrbuch, das für gute LK-Schüler als Begleitlektüre zum Unterricht und zum Einarbeiten in neue Gebiete (z.B. für Facharbeiten oder Wettbewerbsaufgaben) gut geeignet ist.

Inhaltsverzeichnis

1	Werkzeuge der Kernphysik	2
1.1	Teilchenbeschleuniger	2
1.1.1	Beschleuniger vom Typ „Elektronenröhre“	2
1.1.2	Elektrostatischer Generator (Van de Graaff-Generator)	2
1.1.3	Tandembeschleuniger	2
1.1.4	Hochfrequenzlinearbeschleuniger (LINAC)	3
1.1.5	Das Zyklotron	3
1.1.6	Das Synchrotron	4
1.2	Teilchendetektoren	6
1.2.1	Das fotografische Verfahren	6
1.2.2	Die Nebelkammer	6
1.2.3	Die Blaskammer	6
1.2.4	Die Ionisationskammer	6
1.2.5	Das Zählrohr	7
1.2.6	Der Halbleiterdetektor	8
1.2.7	Der Szintillationszähler	9
1.2.8	Der Vielkanalanalysator	10
1.2.9	Große Detektoren	10
1.3	Zählstatistik	11
2	Radioaktive Strahlung	12
2.1	Identifizierung der radioaktiven Strahlen	12
2.2	Durchgang von Strahlung durch Materie	13
2.2.1	γ -Strahlung	13
2.2.2	Geladene Teilchen	13
2.3	Biologische Strahlenwirkungen - Dosimetrie	15
3	Statistische Beschreibung des radioaktiven Zerfalls	17
3.1	Systematik des Kernaufbaus	17
3.2	Das Zerfallsgesetz	19
3.3	Das radioaktive Gleichgewicht	22
3.4	Radioaktive Altersbestimmungen	25
4	Ursachen des radioaktiven Zerfalls	26
4.1	Massendefekt und Bindungsenergie	26
4.2	Kernmodelle	27
4.3	Gammaübergänge und Mößbauereffekt	28
4.4	Der α -Zerfall	31
4.5	β -Zerfälle	34
5	Kernreaktionen	38
5.1	Künstliche Kernumwandlungen	38
5.2	Das freie Neutron	39
5.3	Die Kernspaltung (Fission)	40
5.4	Die Kernverschmelzung (Fusion)	44
5.5	Energieerzeugung in Sternen	45

6	Wie die Physik unsere Welt beschreibt	47
6.1	Die Welt im Kleinen - Das Standardmodell	47
6.2	Die Welt im Großen - Kosmologie	48
	Literaturverzeichnis	50